Simple Solutions.

Minutes a Day-Mastery for a Lifetime!

Álgebra I

Parte B

Páginas de Ayuda y “¿Quién sabe?”

Páginas de Ayuda

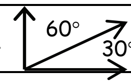
Vocabulario

General

Absolute Value (valor absoluto) — la distancia entre un número, x, y cero en una recta numérica; se escribe $|x|$. Ejemplo: $|5| = 5$ se lee "El valor absoluto de 5 es 5." $|-7| = 7$ se lee "El valor absoluto de -7 es 7."

Binomial (binomio) — un polinomio que tiene 2 herimos. Ejemplos: $3x - 7$, $2x + 5y$, $2y^2 + x^3$

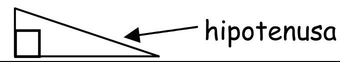
Complementary Angles (ángulos complementarios) — dos ángulos cuyas medidas suman hasta 90°.



Expression (expresión) — una frase matemática escrita con símbolos. Ejemplo: $2x + 5$ es una expresión.

Function (función) — una regla que parea cada número en un conjunto dado (dominio) con un número en otro conjunto (rango).Ejemplo: La función $y = x + 3$ parea cada número con otro número que es mayor por 3.

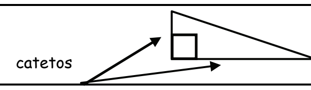
Hypotenuse (hipotenusa) — en un ángulo recto, el lado opuesto al ángulo recto.



Integers (números enteros) — el conjunto de números, positivos o negativos y cero.

Irrational number (número irracional) — un número que no se puede escribir como el radio de dos números enteros. La forma decimal de un número <u>ni se termina ni se repite</u>. Ejemplos: $\sqrt{2}$ y π.

Legs (catetos) — en un ángulo recto, los lados adyacentes al ángulo recto. Los dos catetos forman el ángulo recto.



Matrix (matriz) — un arreglo rectangular de números en filas y columnas. Cada número en una matriz es un elemento o entrada. El plural de matriz es matrices. Ejemplo: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ es una matriz con 4 elementos.

Monomial (monomio) — un número, una variable o el producto de números y variables con o sin exponentes. Ejemplos: $3x$, 7, $2xy$, $2y^2$, x^3

Polynomial (polinomio) — un monomio o la suma de monomios. Cada monomio se llama término de un polinomio. Ejemplo: $3x^2 - 7 + 2x + 5y - 2y^2 + x^3$

Pythagorean Theorem (teorema de Pitágoras) — una afirmación de la relación entre los largos de los lados de los triángulos en un triángulo recto. Si a y b son catetos y c es la hipotenusa, $a^2 + b^2 = c^2$.

Quadratic Equation (ecuación cuadrática) — un polinomio en la forma de $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$**, donde** $\boldsymbol{a \neq 0}$.

Radical Expression (expresión radical) — una expresión que contiene un radical, como por ejemplo una raíz cuadrada o una raíz cúbica.

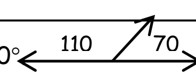
Rational number (número racional) — un número que puede ser escrito como el radio entre dos números enteros. Ejemplo: 7 es racional; puede escribirse como $\frac{7}{1}$. 0.25 es racional; puede escribirse como $\frac{1}{4}$.

Slope (pendiente) — el radio de la *elevación* (cambio vertical) a la *distancia* (cambio horizontal) de una línea no vertical.

Square Root (raíz cuadrada) — un número que al ser multiplicado por sí mismo da otro número. El símbolo para raíz cuadrada es $\sqrt{x}$. Ejemplo: $\sqrt{49} = 7$ se lee "la raíz cuadrada de 49 es 7."

Straight Angle (ángulo llano) — un ángulo que mide exactamente 180°.

Supplementary Angles (ángulos suplementarios) — dos ángulos cuyas medidas suman hasta 180°



Surface Area (área de la superficie) — la suma de las áreas de todas las caras de una figura sólida.

Term (término) — los componentes de una expresión, que usualmente se suman o se restan de unos a otros. Ejemplo: La expresión $2x + 5$ tiene dos términos: $2x$ y 5. La expresión $3n^2$ solo tiene un término.

Trinomial (trinomio) — un polinomio que tiene 3 términos. Ejemplos: $3x - 7 + 2x$, $5y + 2y^2 - x^3$

Páginas de Ayuda

Vocabulario (continuación)

Geometría — Círculos

Circumference (circunferencia) — la distancia alrededor del exterior de un círculo.

Diameter (diámetro) — la parte más ancha a través de un círculo. El diámetro siempre cruza el centro.

Radius (radio) — la distancia de cualquier punto en un círculo hacia el centro. El radio es la mitad del diámetro.

Geometría — Triángulos

Equilateral (equilátero) — un triángulo con los 3 lados que tienen el mismo largo.

Isosceles (isósceles) — un triángulo con 2 lados que tienen el mismo largo.

Scalene (escaleno) — un triángulo que ninguno de sus lados tienen el mismo largo.

Geometría — Polígonos

Número de lados	Nombre	Número de lados	Nombre
3	Triángulo	7	Heptágono
4	Cuadrilátero	8	Octágono
5	Pentágono	9	Nonágono
6	Hexágono	10	Decágono

Medidas — Relaciones

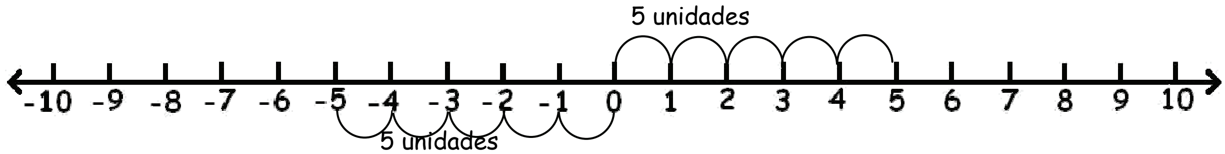
Volumen	Distancia
3 cucharaditas en una cucharada	36 pulgadas en una yarda
2 tazas en una pinta	1760 yardas en una milla
2 pintas en un cuarto de galón	5280 pies en una milla
4 cuartos en un galón	100 centímetros en un metro
Peso	1000 milímetros en un metro
16 onzas en una libra	**Temperatura**
2000 libras en una tonelada	0° Celsius – Punto de congelación
Tiempo	100° Celsius – Punto de ebullición
10 años en una década	32° Fahrenheit – Punto de congelación
100 años en un siglo	212° Fahrenheit – Punto de ebullición

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número es su distancia de cero en una recta numérica. Siempre es positivo.



El valor absoluto de -5 y +5 es 5, porque ambos están a 5 unidades del cero. El símbolo para el valor absoluto de -5 es |-5|. Ejemplos: |-3| = 3; |8| = 8.

Ecuaciones

Las ecuaciones más complicadas requieren variables que reemplazan un número. Para resolver una ecuación como esta, hallar qué número representa la variable. Hay un proceso para resolver la variable. No importa cuán complicada sea la ecuación, <u>la meta es trabajar con la ecuación hasta que todos los números estén a un lado y la variable esté sola al otro lado</u>. Para comprobar tu respuesta, usa el valor de x en la ecuación original.

Estas ecuaciones de múltiples pasos también tienen una variable en un solo lado. Para hacer que la variable quede sola, requiere varios pasos.

Ejemplo: Resuelve para x.

$$3(2x+3)=21$$
$$\cancel{3}\left(\frac{2x+3}{\cancel{3}}\right)=\frac{21}{3}$$
$$2x+3=7$$
$$-3=-3$$
$$2x=4$$
$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}=\frac{4}{2}$$
$$x=2$$

Comprueba: $3\big(2(2)+3\big)=21$

$$3(4+3)=21$$
$$3(7)=21$$

21 = 21 ✓ ¡Correcto!

1. Mira el lado de la ecuación que tiene La variable. Primero, ($2x$ + 3) se multiplica por 3; luego, hay un número (3) que se suma a $2x$, y hay un número (2) multiplicado por x. Debes eliminarlos todos. Para eliminar el 3 que está fuera del paréntesis, divide en ambos lados entre 3.
2. Para eliminar el 3 en el paréntesis, suma su opuesto (-3) en ambos lados.
3. Remueve el 2 al dividir en ambos lados entre 2. $2x$ dividido entre 2 es x. 4 dividido entre 2 es dos.
4. Una vez la variable está sola en un lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. El último paso dice el valor de x. x = 2.

Al resolver una **ecuación con una variable en ambos lados**, la meta es igual: llevar a los números a un lado de la ecuación y dejar que la variable esté sola al otro lado.

Ejemplo: Resuelve para x. $2x + 4 = 6x - 4$

$$2x+4=6x-4$$
$$-2x\quad=-2x$$
$$4=4x-4$$
$$+4=\quad+4$$
$$8=4x$$
$$\frac{8}{4}=\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}}$$
$$2=x$$

Comprueba: 2(2) + 4 = 6(2) – 4

4 + 4 = 12 – 4

8 = 8 ✓ ¡correcto!

1. Dado que hay variables en ambos lados, el primer paso es eliminar el "término de la variable" de uno de los lados, al sumar el opuesto. Para remover $2x$ de la izquierda, suma $-2x$ en ambos lados.
2. Hay números para sumar (o restar) en ambos lados. Ahora, elimina el número que se sumó a la variable al sumar su opuesto. Para eliminar -4 de la derecha, suma +4 en ambos lados.
3. La variable todavía tiene un número para ser Multiplicado. Este número (4) debe eliminarse al dividir entre 4 en ambos lados 4.
4. La última línea muestra que el valor de x es 2.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Ecuaciones (continuación)

Una **ecuación cuadrática** es un polinomio en la forma de $ax^2+bx+c=0$, donde $a\neq 0$. Algunas ecuaciones cuadráticas pueden resolverse simplemente al factorizar y luego igualarlas a cero.

Ejemplo: Resuelve la ecuación para x. $x^2+5x+6=0$

$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

$(x+2)(x+3)=0$

$(x+2)=0,\ x=-2$

$(x+3)=0,\ x=-3$

$x=\{-2,-3\}$

1. Primero, factoriza la cuadrática. (Ve la pág. 304)
2. Luego, substituye los factores en la ecuación.
3. Para resolver x, piensa que uno o ambos factores deben ser iguales a cero.
4. Los valores de x que hacen que los factores sean cero son las soluciones.

A veces, una ecuación cuadrática no puede ser factorizada. En ese caso, el método descrito anterior mente no te ayuda; en este caso, la **fórmula cuadrática** debe ser utilizada.

Para ecuaciones cuadráticas en forma normal $ax^2+bx+c=0$,

la fórmula cuadrática es $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, donde $a\neq 0$ y $b^2-4ac\geq 0$.

Ejemplo 1: Resuelve la ecuación $3x^2+5x=8$ para x.

$3x^2+5x=8$

$3x^2+5x-8=0$

$ax^2+bx+c=0$

$a=3,\ b=5,\ c=-8$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4(3)(-8)}}{2(3)}$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{121}}{6}$$

$$x=\frac{-5+11}{6}\text{ and }\frac{-5-11}{6}$$

$$x=\frac{6}{6}=1\text{ and }\frac{-16}{6}=-\frac{8}{3}$$

1. Reescribe la ecuación en forma normal. Recuerda: en la forma normal, debe ser igual a 0.
2. Identifica los valores de a, b, c en la ecuación.
3. Escribe los valores de a, b, c en la fórmula cuadrática.
4. Simplifica cada parte de la fracción.
5. Dado que $\pm$ en la fórmula, habrán dos soluciones.

Ejemplo 2: Resuelve para n. $n^2-7n+10=0$ $a=1,\ b=-7,\ c=10$

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$x=\frac{+7\pm\sqrt{49-40}}{2}$$

$$x=\frac{7\pm\sqrt{9}}{2}$$

$$x=\frac{7\pm 3}{2}$$

$$x=\frac{7+3}{2}=\frac{10}{2}=5$$

$$x=\frac{7-3}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Las respuestas son 5 y 2.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Ecuaciones (continuación)

Al resolver cualquier ecuación, solamente puede haber <u>una</u> variable desconocida. A veces, hay múltiples variables que no son conocidas. Cuando este es el caso, la única forma de resolverlo es al usar un **sistema de ecuaciones.** Un sistema de ecuaciones es un grupo de ecuaciones donde todas tienen las mismas variables desconocidas. Debe haber el mismo número de ecuaciones que de variables desconocidas. Por ejemplo, si hay 2 variables desconocidas, el sistema debe incluir 2 ecuaciones, si hay 3 variables desconocidas, el sistema debe incluir 3 ecuaciones.

Usaremos 2 métodos diferentes para resolver sistemas de ecuaciones: Substitución y eliminación.

Para **resolver un sistema de ecuaciones por sustitución** hay 3 simples pasos:

1. Primero, escoge una de las ecuaciones y úsala para resolver una de las variables. (Usualmente, esta variable será igual a una expresión en términos de otra variable).
2. Usa la expresión del paso 1 y reemplaza esa primera variable en la segunda ecuación. Resuelve la segunda ecuación para la otra variable.
3. Substituye el valor del paso 2 en la primera ecuación y resuelve. Ya sabes los valores de ambas variables.

Ejemplo: Usa la sustitución para resolver el sistema para x & y.

$y-2=3x$ Ecuación 1
$x+2y=11$ Ecuación 2

1. Usando la Ecuación 1, resuelve para y. (Ahora tienes una expresión que es igual a *y*.)

$$\begin{aligned} y-2&=3x \quad \text{Eqn.1} \\ y&=3x+2 \end{aligned}$$

2. Usando la ecuación 2, sustituye esta expresión en el lugar de *y*. Ahora, la ecuación solamente tiene una variable sin resolver: *x*. Ahora, resuelve para *x*.

$$\begin{aligned} x+2y&=11 \quad \text{Eqn. 2} \\ x+2(3x+2)&=11 \\ x+6x+4&=11 \\ 7x+4&=11 \\ 7x&=7 \\ x&=1 \end{aligned}$$

3. Ahora que sabes el valor de *x*, regresa a la Ecuación 1 y sustituye el valor de *x* en la ecuación. Resuelve para *y*.

$$\begin{aligned} y-2&=3(1) \quad \text{Eqn. 1} \\ y&=3+2 \\ y&=3+2=5 \end{aligned}$$

La solución para este sistema es $x = 1$ y $y = 5$.

Para **resolver un sistema de ecuaciones por eliminación,** hay 3 simples pasos:

1. Suma o resta las ecuaciones para eliminar una de las variables.
2. Resuelve la ecuación que queda para la variable faltante.
3. Sustituye el valor en cualquiera de las ecuaciones. Resuelve para el valor de la variable eliminada.

Ejemplo: Usa la eliminación para resolver el sistema de x & y.

$2x+3y=11$ Ecuación 1
$4x-3y=13$ Ecuación 2

1. Suma las ecuaciones para eliminar una variable, *y*.

$$\begin{array}{r} 2x+3y=11 \\ +\ 4x-3y=13 \\ \hline 6x \quad\ =24 \end{array}$$

2. Resuelve para la otra variable, *x*.

$$x = 4$$

3. Sustituye el valor de *x* en una de las ecuaciones originales y resuelve para *y*.

$$\begin{aligned} 2x+3y&=11 \\ 2(4)+3y&=11 \\ 8+3y&=11 \\ 3y&=3 \\ y&=1 \end{aligned}$$

La solución para este sistema es $x = 4$ y $y = 1$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Exponentes

Estás familiarizado con los exponentes y su significado. Sin embargo, hasta ahora los exponentes han sido números positivos. ¿Qué sucede si el **exponente es cero o un número negativo**? Las reglas para trabajar con exponentes con **negativos o ceros** son las siguientes:

a a la cero potencia es 1. $a^0 = 1,\ a \neq 0,$ entonces $7^0 = 1$

a^{-n} es el recíproco de a^n. $a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ a \neq 0,$ entonces $4^{-1} = \frac{1}{4}$

a^n es el recíproco de a^{-n}. $\frac{1}{a^{-n}} = a^n,\ a \neq 0,$ entonces $\frac{1}{9^{-1}} = 9^1 = 9$

Ejemplos: $(-10)^0 = 1$ $\qquad \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{16}\right)} = 16$ $\qquad \frac{1}{8^{-2}} = 8^2 = 64$

Cuando **multiplicas términos exponenciales** que tienen la misma base, quédate con la base y suma los exponentes.

Ejemplos: $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ $\qquad x^4 \cdot x^5 = x^{4+5} = x^9$

Cuando **divides términos exponenciales** con la misma base, quédate con la base y resta los exponentes.

Ejemplo 1: $\frac{a^6}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a}}{\cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4 = a^{6-2}$

Ejemplo 2 $\frac{b^{10}}{b^3} = b^{10-3} = b^7$

A veces, todo el cociente ha sido elevado a una potencia. En ese caso, aplica el exponente el numerador y al denominador y luego divide si es posible.

Ejemplo 1: $\left(\frac{2x^2}{5y}\right)^3 = \frac{(2x^2)^3}{(5y)^3} = \frac{2^3 \cdot (x^2)^3}{5^3 \cdot y^3} = \frac{8x^6}{125y^3}$

Ejemplo 2: $\left(\frac{3x^2}{9y^2}\right)^2 = \frac{(3x^2)^2}{(9y^2)^2} = \frac{3^2 \cdot (x^2)^2}{9^2 \cdot (y^2)^2} = \frac{\cancel{9}x^4}{\underset{9}{\cancel{81}}\,y^4} = \frac{x^4}{9y^4}$

Cuando **elevas a una potencia un término exponencial** quédate con la base y multiplica los exponentes.

Ejemplos: $(a^2)^3 = a^{2\times3} = a^6$ $\qquad (x^4)^4 = x^{4\times4} = x^{16}$

Expresiones

Una **expresión** es un número, una variable o cualquier combinación de éstos acompañados por los signos de operaciones matemáticas $(+,-,\times,\div)$ y símbolos de grupos. Una expresión nunca incluye un signo de igual.

Cinco ejemplos de expresiones son 5, x, (x + 5), (3x + 5), y (3x2 + 5).

Evaluar una expresión significa calcular su valor usando variables con valores específicos.

Ejemplo: Evalúa 2x + 3y + 5 cuando x = 2 y y = 3.

2(2) + 3(3) + 5 = ?

4 + 9 + 5 = ?

13 + 5 = 18

La expresión tiene un valor de 18.

1. Para evaluar, escribe los valores de x y y en la expresión.
2. Usa las reglas para números enteros para calcular el valor de la expresión.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Expresiones (continuación)

Algunas expresiones pueden simplificarse. Hay varios procesos para **simplificar una expresión.** Decidir cuál proceso o proceso usar, depende de la expresión en sí misa. Con la práctica, podrás reconocer cuál de los siguientes procesos usar.

La **propiedad distributiva** se usa cuando un término es multiplicado (o dividido entre) una expresión que incluye o suma o resta. $a(b+c)=ab+ac$ ó $\frac{b+c}{a}=\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$

Ejemplo: Simplifica 3(2x + 5).

$$3(2x+5)=$$
$$3(2x)+3(5)=$$
$$6x+15$$

1. Dado que 3 es multiplicado por la expresión 2x + 5, el 3 debe ser multiplicado por ambos términos en la expresión.
2. Multiplica 3 por 2x y luego multiplica 3 por +5.
3. El resultado incluye ambos: 6x + 15. Fíjate que simplificar una expresión no resulta en una respuesta de números solamente, sino que obtienes una expresión más simple.

Ejemplo: Simplifica 2(7x – 3y + 4).

$$2(7x-3y+4)=$$
$$2(7x)+2(-3y)+2(+4)=$$
$$14x-6y+8$$

Expresiones que contienen términos semejantes también puede ser simplificados. **Los términos semejantes** son aquellos que tienen la misma variable a la misma potencia. 2x y -4x son términos semejantes; $3n^2$ y $8n^2$ son términos semejantes; 5y y y son términos semejantes; 3 y 7 son términos semejantes.

Una expresión a veces empieza con términos semejantes. Este proceso para **simplificar expresiones** se llama **combinación de términos semejantes.** Al combinar términos, primero identifica los términos semejantes. Luego, simplemente suma los términos semejantes similares y escribe los resultados juntos para formar una nueva expresión.

Ejemplo: Simplifica 2x + 5y – 9 + 5x – 3y – 2.

Los términos semejantes son 2x y +5x, +5y y –3y, y –9 y –2.

2x + +5x = **+7x**, +5y + –3y = **+2y**, y –9 + –2 = **–11**.

El resultado es **7x + 2y – 11**.

Ejemplo: Simplifica $2(3x+2y+2)+3(2x+3y+2)$

$$\begin{array}{r} 6x+4y+4 \\ +6x+9y+6 \\ \hline 12x+13y+10 \end{array}$$

Ejemplo: Simplifica $4(3x-5y-4)-2(3x-3y+2)$

$$\begin{array}{r} +12x-20y-16 \\ -6x+6y-4 \\ \hline 6x-14y-20 \end{array}$$

1. Primero, aplica la propiedad distributiva a cada expresión. Escribe los resultados uno encima del otro, alineándolos con los términos similares. Fíjate en los signos de los términos.
2. Luego, suma cada grupo de términos semejantes. Recuerda seguir las reglas para los números enteros.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Expresiones (continuación)

Otras expresiones que pueden ser simplificadas se escriben como fracciones. **Simplificar** estas expresiones (**fracciones algebraicas**) es parecido a simplificar las fracciones numéricas. Requiere cancelar factores que son comunes en ambos el numerador y el denominador.

Simplifica $\dfrac{12x^2yz^4}{16xy^3z^2}$.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}}\,\overset{x}{\cancel{x^2}}\,\cancel{y}\,\overset{z^2}{\cancel{z^4}}}{\underset{4}{\cancel{16}}\,\cancel{x}\,\underset{y^2}{\cancel{y^3}}\,\cancel{z^2}}$$

$$\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 3\cdot\cancel{x}\cdot x\cdot\cancel{y}\cdot\cancel{z}\cdot\cancel{z}\cdot z\cdot z}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{y}\cdot y\cdot y\cdot\cancel{z}\cdot\cancel{z}}$$

$$\frac{3xz^2}{4y^2}$$

1. Empieza mirando los numerales en el numerador y el denominador (12 y 16). ¿Cuál es el número más grande por el cual se puede dividir ambos? Cancela este factor (4) fuera de ambos números.
2. Mira la porción de la x en el numerador y el denominador. ¿Cuál es el número más grande de x por el cual se puede dividir ambos? Cancela este factor (x)fuera de ambos.
3. Haz el mismo proceso con y y luego z. Cancela el número más grande de cada uno (y y z^2). Escribe los números que quedan en el numerador o el denominador para tu respuesta.

A menudo, una relación se escribe usando frases verbales (en español). Para que funcionen con la relación, debes **traducir en una expresión algebraica o ecuación.** En la mayoría de los casos, hay palabras claves son de gran ayuda. A continuación, hay algunos ejemplos de frases verbales y sus expresiones algebraicas o ecuaciones correspondientes.

Frase verbal	Expresión algebraica
Diez más que un número	$x + 10$
La suma de un número y cinco	$x + 5$
Un número aumentado por 7	$x + 7$
Seis menos que un número	$x - 6$
Un número disminuido por nueve	$x - 9$
La diferencia entre un número y cuatro	$x - 4$
La diferencia entre cuatro y un número	$4 - x$
Cinco veces un número	$5x$
Ocho veces un número, aumentado por uno	$8x + 1$
El producto de un número y seis es doce.	$6x = 12$
El cociente de un número y 10	$\dfrac{x}{10}$
El cociente de un número y dos, disminuido por cinco	$\dfrac{x}{2} - 5$

En la mayoría de los problemas, el verbo "es" dice que añadas un signo de igual. Cuando trabajas con fracciones y por cientos, la palabra "de" significa multiplicar. Mira el ejemplo a continuación.

La mitad <u>de</u> un número <u>es</u> quince.

Puedes pensarlo como "una mitad <u>por</u> un número <u>es igual a</u> quince".

Cuando está escrito como una ecuación algebraica, es $\frac{1}{2}x = 15$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Expresiones (continuación)

A veces, necesitas hallar el **máximo común divisor de una expresión algebraica (MCD).**

Ejemplo: Halla el MCD de $12x^2yz^3$ y $18xy^3z^2$.

1. Primero, halla el MCD de los números (12 y 18). El número más grande que es un factor de ambos es **6**.
2. Ahora mira las x. De los términos de x, cuál tiene menos x. Compara x^2 y x, $\boldsymbol{x}$ tiene menos.
3. Ahora mira las y y luego las z. De nuevo, de los términos de y, $\boldsymbol{y}$ tiene menos. De los términos de z, $\boldsymbol{z^2}$ tiene menos.
4. EL MCD tiene: **6xyz2**.

$12x^2yz^3$ y $18xy^3z^2$

EL MCD de 12 y 18 es **6**.

De x^2 y x, el más pequeño es $\boldsymbol{x}$.

De y y y^3, el más pequeño es $\boldsymbol{y}$.

De z^3 y z^2, el más pequeño es $\boldsymbol{z^2}$.

El MCD es: $\boldsymbol{6xyz^2}$.

En otros momentos, necesitas saber el **mínimo común múltiplo (mcc) de una expresión algebraica**.

Ejemplo: Halla el mcm de $10a^3b^2c^2$ y $15ab^4c$.

1. Primero, halla el mcm de los números (10 y 15). El número más bajo en que ambos caben es **30**.
2. Ahora mira los términos de a. ¿Cuál tiene el mayor número de a? Compara a^3 y a, $\boldsymbol{a^3}$ tiene la mayoría.
3. Ahora mira las b y luego las c. De nuevo, de los términos de b, $\boldsymbol{b^4}$ tiene la mayoría. De los términos de c, $\boldsymbol{c^2}$ tiene la mayoría.
4. El mcm tiene: 30a3b4c2.

$10a^3b^2c^2$ y $15ab^4c$

El mcm de 10 y 15 es **30**.

De a^3 y a, el más grande es $\boldsymbol{a^3}$.

De b^2 y b^4, el más grande es $\boldsymbol{b^4}$.

De c^2 y c, el más grande es $\boldsymbol{c^2}$.

El mcm es: $\boldsymbol{30a^3b^4c^2}$.

Al **sumar (restar) expresiones racionales,** el proceso es similar al de sumar (restar) fracciones ordinarias. Al igual que con las fracciones, las expresiones racionales deben tener un denominador común antes de que puedan sumarse (restarse).

Ejemplo 1: Suma $\frac{5}{3x}+\frac{7}{3x}$.

$$\frac{5}{3x}+\frac{7}{3x}=\frac{\cancel{12}}{\cancel{3}x}=\frac{4}{x}$$

1. Dado que la expresión ya tiene un denominador común, pueden sumarse.
2. Suma los numerados, quédate con el denominador.
3. Simplifica.

Ejemplo 2: Resta. $\frac{x}{2}-\frac{(x-1)}{(x-2)}$

2(x – 2) es el denominador común.

$$\cancel{2}(x-2)\frac{x}{\cancel{2}}-2\cancel{(x-2)}\frac{(x-1)}{\cancel{(x-2)}}=$$

$$(x-2)x-2(x-1)=$$

$$x^2-2x-2x+2=$$

$$x^2-4x+2=$$

$$(x-2)(x-2)$$

1. Las expresiones necesitan un denominador común antes de que puedas sumarlas. Multiplica los denominadores para obtener un denominador común.
2. Multiplica cada fracción por el denominador común. Cancela donde puedas.
3. Simplifica y combina términos similares.
4. Simplifica al factorizar.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Expresiones (continuación)

Al **multiplicar (dividir) expresiones racionales,** el proceso es similar al que se usa para multiplicar (dividir) fracciones ordinarias. Un denominador común no es necesario para multiplicar (dividir) fracciones ordinarias.

Ejemplo 1: Multiplica. $\frac{2x^2}{3x} \cdot \frac{6x^2}{12x^3}$

$$\frac{\cancel{12}\,\cancel{x^4}}{\cancel{36}\,\cancel{x^4}} =$$

$$\frac{1}{3}$$

1. De igual modo que con fracciones ordinarias, multiplica los numeradores; multiplica los denominadores.
2. Cancela donde sea posible.
3. Simplifica.

Ejemplo 2: Divide. $\frac{7x^2 - 7x}{x^2 + 2x - 3} \div \frac{x + 1}{x^2 - 7x - 8}$

$$\frac{7x^2 - 7x}{x^2 + 2x - 3} \times \frac{x^2 - 7x - 8}{x + 1} =$$

$$\frac{(7x^2 - 7x)(x^2 - 7x - 8)}{(x^2 + 2x - 3)(x + 1)} =$$

$$\frac{7x\cancel{(x-1)}(x-8)\cancel{(x+1)}}{(x+3)\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}} =$$

$$\frac{7x(x-8)}{(x+3)}$$

1. De igual modo que con fracciones ordinarias, para dividir, usa el recíproco de la 2da fracción y multiplica.
2. Multiplica los numeradores, multiplica los denominadores.
3. Simplifica las expresiones donde sea posible usando factorización.
4. Cancela donde sea posible.
5. Simplifica.

Funciones

Una **función** es una regla que parea cada número en un conjunto dado de números (el dominio) con un solo número en otro conjunto de números (rango). Una función lleva a cabo una o más operaciones en un valor de entrada que resulta en un valor de salida. El conjunto de números de entrada se llama el **dominio** de la función. El conjunto de números de salida se llama el **rango** de una función. A menudo, una. A menudo, una tabla de funciones se una para ayudarte a organizar tus pensamientos.

Ejemplo: Para la función, $y = 3x$, halla los números que faltan en la tabla de funciones.

x	y
2	?
-1	?
?	15

La función es $y = 3x$. Esta función multiplica cada valor de x por 3.

Cuando entramos $x = 2$, obtenemos $y = 3(2)$ ó $y = 6$.

Cuando usamos $x = -1$, obtenemos $y = 3(-1)$ ó $y = -3$.

Cuando usamos $y = 15$, obtenemos $15 = 3x$, entonces $\frac{15}{3} = x$ ó $5 = x$.

x	y
2	6
-1	-3
5	15

El conjunto de todas las entradas es el dominio. Para esta tabla de función, el dominio es {2, -1, 5}

El conjunto de todas las salidas es el rango. Para esta tabla de función, el rango es {6, -3, 15}.

Páginas de Ayuda

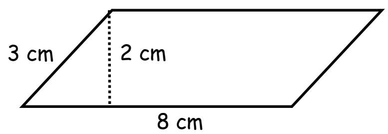
Ejemplos Resueltos

Geometría

Hallar el **área de un paralelogramo** es similar a hallar el área de cualquier otro cuadrilátero. El área de la figura es igual al largo de su base multiplicado por la altura de la figura.

Área del paralelogramo = base $\times$ altura (h) ó $A = b \times h$

Ejemplo: Halla el área del paralelogramo a continuación.

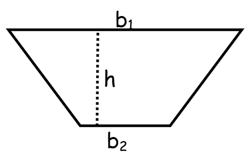


1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2cm. La altura (h) siempre es recta, nunca curva.)
3. Multiplica para hallar el área. (16 cm^2)

Entonces, $A = 8\text{ cm} \times 2\text{ cm} = \mathbf{16\ cm^2}$.

Hallar el **área de un trapezoide** es un poco diferente a los otros cuadriláteros que hemos visto. Los trapezoides tienen 2 bases con largos diferentes. Para hallar el área, primero halla el promedio de largo de las dos bases. Luego, multiplica el promedio por la altura (h).

Área del trapezoide = $\dfrac{base_1 + base_2}{2} \times$ altura (h) ó $A = \left(\dfrac{b_1 + b_2}{2}\right)h$

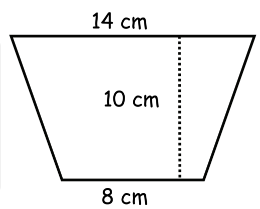


Las bases han sido nombradas b_1 y b_2.

La altura, h, es la distancia entre las bases.

Ejemplos: Halla el área del trapezoide a continuación.

1. Suma los largos de las dos bases. (22 cm)
2. Divide la suma entre 2. (11 cm)
3. Multiplica ese resultado por la altura para hallar el área. (110 cm^2)

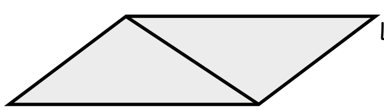


$$\frac{14\,cm + 8\,cm}{2} = \frac{22\,cm}{2} = 11\,cm$$

$11\text{ cm} \times 10\text{ cm} = \mathbf{110\ cm^2}$ = Área

Para hallar el **área de un triángulo**, primero identifica cualquier triángulo que sea exactamente la mitad de un paralelogramo.

La figura completa es un paralelogramo.

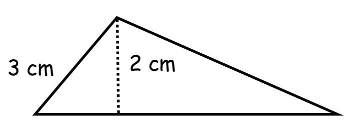


La mitad de toda la figura es un triángulo.

Entonces, el área del triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura.

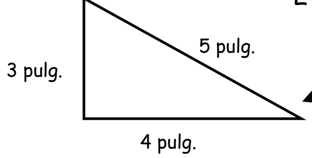
Área del triángulo = $\dfrac{1}{2}$(base x altura (h)) ó $A = \dfrac{1}{2}bh$

Ejemplos: Halla el área de los triángulos a continuación.



Entonces, $A = 8\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{8\ cm^2}$.

1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2cm. La altura siempre es recta y nunca curva.)
3. Multiplícalos y divide entre 2 para hallar el área. (8 cm^2)



La base de este triángulo es 4 pulgadas de largo. Su altura es 3 pulgadas. (¡Recuerda la altura (h) siempre es recta y nunca curva!)

Entonces, $A = 4\text{ pulg.} \times 3\text{ pulg.} \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{6\ pulg.^2}$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

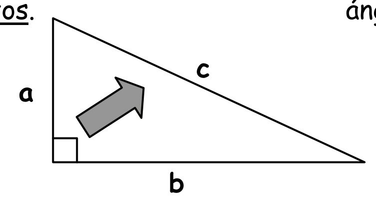
Geometría (continuación)

Recuerda que hay tres tipos de triángulos: agudo, obtuso y recto. Un **triángulo recto** tiene un ángulo de 90°. (Los otros 2 ángulos serán menores de 90°, la suma de los ángulos en cualquier triángulo es 180°).

Cada triángulo tiene tres lados; los lados tienen nombre. Hay dos catetos y una hipotenusa. Los catetos son los lados que se unen para formar el ángulo recto: se dice que están adyacentes al ángulo recto. La hipotenusa es el lado que está opuesto al ángulo recto.

En este triángulo recto, los lados **a** y **b** are son los <u>catetos</u>.

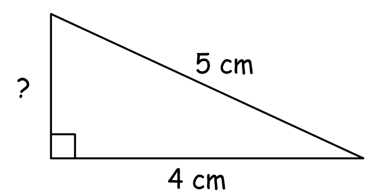
El lado **c** está al otro lado de (opuesto al) ángulo recto. El lado **c** es la <u>hipotenusa</u>.



Los triángulos rectos tienen varias relaciones especiales. Aquí, el enfoque será en una relación en particular: La relación definida por el **Teorema de Pitágoras**.

El teorema de Pitágoras dice que "En cualquier triángulo recto, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa". Para ponerlo de otra forma: $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$.

Ejemplo 1: Halla la medida del tercer lado en este triángulo.



$a^2 + b^2 = c^2$

(Fíjate que el lado que falta es un cateto).

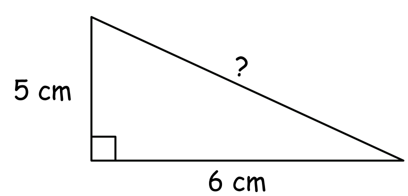
$a^2 + 4^2 = 5^2$

$a^2 + 16 = 25$

$a^2 = 9$

$a = \sqrt{9} = 3$ (Recuerda: Para deshacer un cuadrado, halla la raíz cuadrada).

Ejemplo 2: Halla la medida del tercer lado en este triángulo.



$a^2 + b^2 = c^2$

(Fíjate que el lado que falta es la hipotenusa).

$5^2 + 6^2 = c^2$

$25 + 36 = c^2$

$61 = c^2$

$\sqrt{61} = c$

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

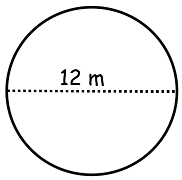
Geometría (continuación)

La **circunferencia de un círculo** es la distancia alrededor del exterior del círculo. Antes de que puedas hallar la circunferencia de un círculo, debes saber su radio o su diámetro. También, debes saber el valor de la constante *pi* (π). $\pi = 3.14$ (redondeada a la centésima más cercana).

Una vez tengas esta información, la circunferencia puede hallarse al multiplicar el diámetro por *pi*.

Circunferencia = $\pi \times$ diámetro ó C = πd

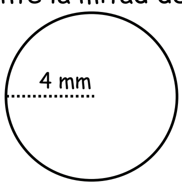
Ejemplos: Halla la circunferencia de los círculos a continuación.



1. Halla el largo del diámetro. (12 m)
2. Multiplica el diámetro por π. (12m $\times$ 3.14)
3. El producto es la circunferencia. (37.68 m)

Entonces, C = 12 m $\times$ 3.14 = **37.68 m**.

A veces, el radio de un círculo es dado, en vez del diámetro. Recuerda, el radio de cualquier círculo es exactamente la mitad del diámetro. Si un círculo tiene un radio de 3 pies, el diámetro es de 6 pies.



Dado que el radio es 4 mm, el diámetro debe ser 8 mm.

Multiplica el diámetro por π. (8 mm $\times$ 3.14)

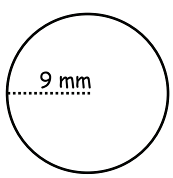
El producto es la circunferencia. (25.12 mm)

Entonces, C = 8 mm $\times$ 3.14 = **25.12 mm**.

Al halla el **área de un círculo,** se eleva al cuadrado el largo del radio (multiplicado por sí mismo) y luego esta respuesta se multiplica por la constante, *pi* (π). $\pi = 3.14$ (redondeada a la centésima más cercana).

Área = $\pi \times$ radio x radio ó A = π r^2

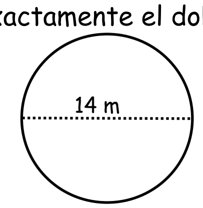
Ejemplos: Halla el área de los círculos a continuación.



1. Halla el largo del radio. (9 mm)
2. Multiplica el radio por sí mismo. (9 mm x 9 mm)
3. Multiplica el producto por *pi*. (81 mm^2 x 3.14)
4. El resultado es el área. (254.34 mm^2)

Entonces, A = 9 mm x 9 mm x 3.14 = **254.34 mm^2**.

A veces, el diámetro de un círculo es dado en vez del radio. Recuerda, el diámetro de cualquier círculo es exactamente el doble del radio. Si un círculo tiene un diámetro de 6 pies, su radio es de 3 pies.



Dado que el diámetro es 14 m, el radio debe ser 7 m.

Eleva el radio al cuadrado. (7 m x 7 m)

Multiplica ese resultado por π. (49 m^2 $\times$ 3.14)

El producto es el área. (153.86 m^2)

Entonces, A = $(7\text{ m})^2 \times 3.14$ = **153.86 m^2**.

Páginas de Ayuda

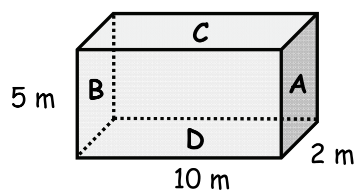
Ejemplos Resueltos

Geometría (continuación)

Para hallar el **área de la superficie** de una figura sólida, primero es necesario contar el número total de caras. Luego, halla el área de cada una de las caras, finalmente, suma las áreas de cada cara. Esa suma es el área de la superficie de la figura.

Aquí, el enfoque será **hallar el área de la superficie de un prisma rectangular.** Un prisma rectangular tiene 6 caras. En realidad, las caras opuestas son idénticas, por lo que esta figura tiene 3 pares de caras. También, un prisma tiene solo 3 dimensiones: Largo, ancho (W) y alto (h).

Este prisma tiene idénticos el lado izquierdo y el derecho (A & B), parte superior e inferior idénticas (C & D) y frente y dorso idénticos (sin identificar).



1. Halla el área del frente: L x W. (10 m x 5 m = 50 m^2) Dado que el dorso es idéntico, el área es igual.
2. Halla el área de la parte superior (C): L x H. (10 m x 2 m = 20 m^2) Dado que la parte inferior (D) es idéntica, su área es la misma.
3. Halla el área del lado A: W x H. (2 m x 5 m = 10 m^2) Dado que el lado B es idéntico, su área es la misma.
4. Suma las áreas de las 6 caras.
   (10 m^2 + 10 m^2 + 20 m^2 + 20 m^2 + 50 m^2+ 50 m^2 = **160 m^2**)

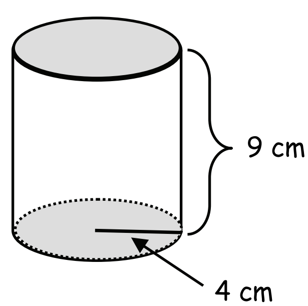
El área de la superficie de un prisma rectangular = 2(largo x ancho (W)) + 2(largo x alto (H)) + 2(ancho (W) x alto (H))

ó AS = 2LW + 2LH + 2WH

Para hallar el **volumen** de una figura sólida, es necesario determinar el área de una cara y multiplicarla por el alto de la figura. El volumen de un sólido se mide en unidades cúbicas (cm^3, $pulg^3$, $pies^3$, etc.).

Aquí, el enfoque estará en hallar el **volumen de un cilindro.** Como se muestra a continuación, un cilindro tiene dos caras circulares idénticas.

Ejemplo: Halla el volumen del cilindro a continuación.



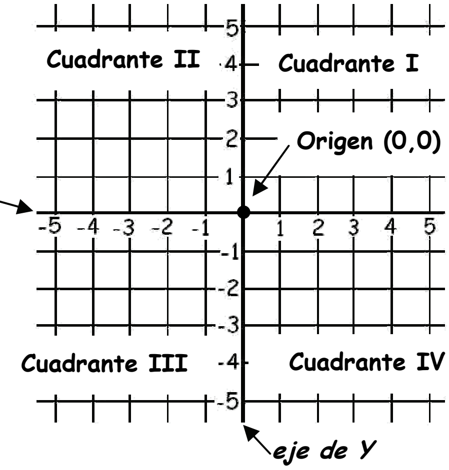
1. Para hallar el área de una de las caras circulares, multiplica la constante, π (3.14), por el cuadrado del radio (4 cm). Área = 3.14 × $(4\text{ cm})^2$ = 50.24 cm^2
2. La altura de este cilindro es de 9 cm. Multiplica la altura por el área calculada en el Paso 1.
   Volumen = 50.24 cm^2 × 9 cm = 452.16 cm^3

Páginas de Ayuda

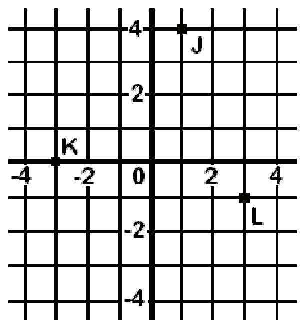
Ejemplos Resueltos

Gráficas

Un **plano coordinado** se forma al intersecar una recta numérica horizontal, llamada el **eje de *x*** y una recta numérica vertical llamada **eje de *y***. Los ejes se encuentran (0, 0), llamado el **origen** y dividen el plano coordinado en cuatro **cuadrantes**.



Los puntos están representados por **pares ordenados** de números, (*x*, *y*). El primer número en un par ordenado es el del eje de x; el segundo es el del eje de y. En el punto **(-4, 1)**, -4 está en la coordenada de *x* y 1 está en la coordenada de *y*.



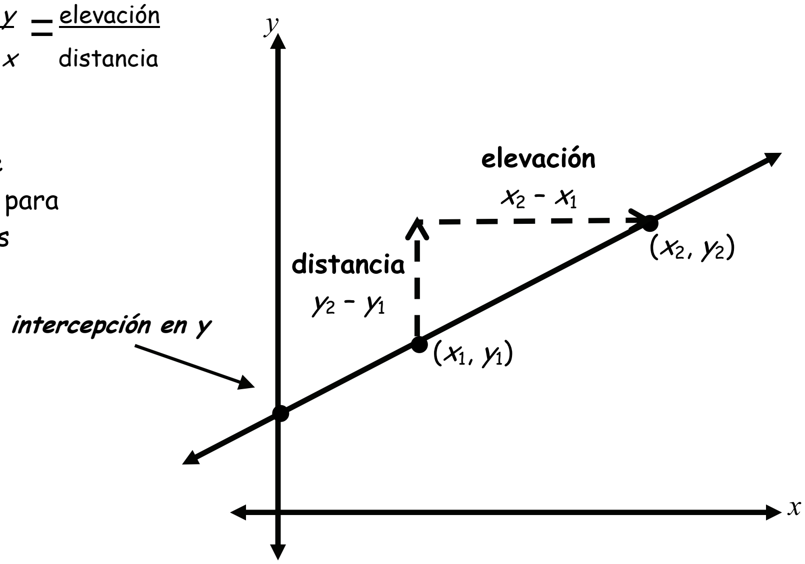
Al hacer una gráfica en un plano coordenado, siempre muévete primero en el eje de *x* (izquierda o derecha) y luego muévete en el eje de *y* (arriba o abajo).

- Los puntos coordinados de J son (1, 4).
- Los puntos coordinados de K son (-3, 0).
- Los puntos coordinados de L son (3, -1).

En un plano coordinado, cualesquiera 2 puntos pueden ser conectados para formar una línea. Sin embargo, la línea está compuesta de varios puntos – de hecho, cada lugar en la línea es otro punto. Una de las propiedades de una línea es su pendiente (o su empinado). La **pendiente** de una línea no vertical es el radio de su cambio vertical (elevación) y su cambio horizontal (distancia) entre dos puntos en una línea. La pendiente de una línea se representa con la letra *m.* Otra propiedad de una línea es la **intercepción en *y*.** Este es el punto donde la línea interseca el eje de *y*. Una línea solamente tiene una intercepción en *y*, la cual es representada por la letra *b.*

Pendiente de una línea$= \dfrac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \dfrac{\text{elevación}}{\text{distancia}}$

El método de ejecución de distancia puede ser usado para hallar la pendiente si estás mirando la gráfica.



Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Gráficas (continuación)

Otra forma de hallar la pendiente de una línea es usar una fórmula. La fórmula para pendientes es $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, donde los dos puntos son (x_1, y_1) y (x_2, y_2).

Ejemplo: ¿Cuál es la pendiente de $\overline{AD}$?

El Punto A con coordenadas (3, 4) y el Punto D con coordenadas (1, 2) están ambos en esta línea.

Para el Punto A, x_2 es 3 y y_2 es 4.

Para el Punto B, x_1 es 1 y y_1 es 2.

pendiente = $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$

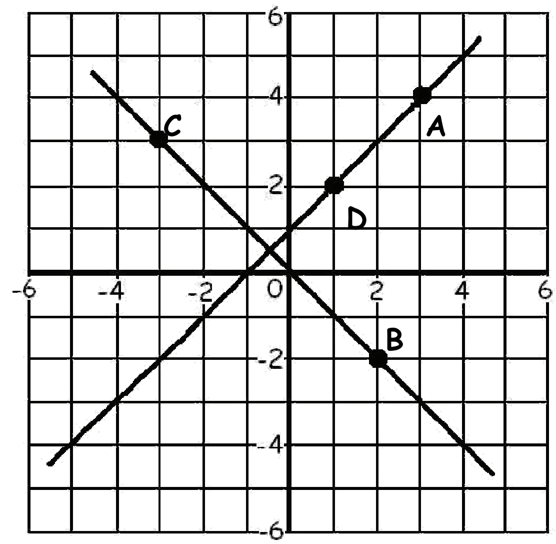
La pendiente de $\overline{AD}$ es 1.

Usa la fórmula para hallar la pendiente de $\overline{CB}$.

El Punto C es (-3, 3) y el Punto B es (2, -2).

pendiente = $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-3}{2-(-3)} = \frac{-5}{5} = -1$

La pendiente de $\overline{CB}$ es -1.



Cada línea tiene una ecuación que la describe, llamada una ecuación lineal. Nos enfocaremos en una forma particular de ecuación lineal - **ecuación pendiente intercepción de una recta**. Para escribir la ecuación pendiente intercepción de una recta debes saber la pendiente y la intercepción en *y*.

Una ecuación pendiente intercepción de una recta siempre está en la forma de $y = mx + b$, donde *m* es la pendiente, *b* es la intercepción en *y* y (x, y) cualquier punto en la línea.

Ejemplo: Una línea tiene la ecuación $y = 2x + 5$. ¿Cuál es la pendiente? ¿Cuál es la intercepción en *y*?

$$y = 2x + 5$$
$$\uparrow \quad \uparrow$$
$$y = mx + b$$

La pendiente, *m*, es 2. La intercepción en *y*, *b*, es 5.

Ejemplo: Una línea tiene una pendiente de 6 y una intercepción en *y* de -3. Escribe la ecuación para la línea.

La pendiente es 6, entonces m = 6. La intercepción en *y* es -3, entonces *b* = -3.

Escribe esos valores en la forma de la ecuación pendiente intercepción de una recta: $y = 6x - 3$

Ejemplo: Escribe la ecuación de una línea que pasa a través de los puntos (3, 2) y (6, 4).

Solamente se necesitan 2 cosas para escribir la ecuación de una línea: pendiente e intercepción en *y*.

Primero, halla la pendiente. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{6-3} = \frac{2}{3}$

Luego, halla el intercepto en *y*. Escoge cualquiera de los dos puntos. Usemos (6, 4). El valor de *x* de este punto es 6 y el valor de *y* es 4. Escribe estos valores junto con la pendiente en la ecuación para resolver para *b*.

$y = mx + b$ $\quad 4 = \frac{2}{3}(6) + b$ $\quad 4 = \frac{12}{3} + b$ $\quad 4 = 4 + b$ $\quad 0 = b$

Entonces, la pendiente es = $\frac{2}{3}$ y el intercepto en *y* es = 0. La ecuación de la línea es $y = \frac{2}{3}x + 0$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Desigualdades

Una **desigualdad** es una afirmación de que una cantidad es diferente a otra (usualmente más grande o más pequeña).

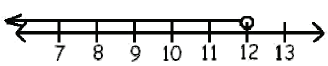
Los símbolos que muestran la desigualdad son <, >, ≤ y ≥ (menor que, mayor que, menor o igual que y mayor o igual que). Una desigualdad se forma al colocar uno de los símbolos de desigualdad entre dos expresiones. La solución de una desigualdad es el conjunto de números que pueden ser sustituidos por la variable para hacer que la expresión sea cierta.

Una desigualdad simple es $x \le 4$. El conjunto de respuestas, {…, 2, 3, 4}, incluye todos los números que son o igual o menores que cuatro.

Algunas desigualdades se resuelven usando solamente la suma o la resta. La aproximación para resolverlas es similar al que se usa para resolver ecuaciones. La meta es dejar que la variable esté sola en un solo lado de la desigualdad y que los números estén al otro lado.

Ejemplos: Resuelve $x - 4 < 8$.

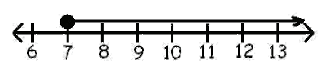
$$\begin{array}{rcl} x - 4 & < & 8 \\ +4 & & +4 \\ \hline x & < & 12 \end{array}$$



1. Para dejar que la variable esté sola, suma el opuesto del número que está en ambos lados.
2. Simplifica ambos lados de la desigualdad.
3. Haz una gráfica de la solución en una recta numérica. Para < y >, usa un círculo sin rellenar y para ≤ y ≥ usa un círculo rellenado.

Resuelve $y + 3 \ge 10$.

$$\begin{array}{rcl} y + 3 & \ge & 10 \\ -3 & & -3 \\ \hline y & \ge & 7 \end{array}$$



Algunas desigualdades se resuelven cuando solamente se usa la multiplicación o la división. El método para resolverlas es similar al que se usa para resolver ecuaciones. Aquí también, la meta es dejar sola a la variable en uno de los lados de la desigualdad y el número al otro lado.

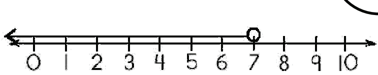
La única diferencia que debes recordar es esta: Si, al resolver el problema multiplicas por o divides entre un número negativo, debes voltear el símbolo de la desigualdad.

Ejemplos: Resuelve $8n < 56$.

$$\frac{8n}{8} < \frac{56}{8}$$

$$n < 7$$

1. Verifica si la variable se multiplica por o se divide entre un número.
2. Usa el mismo número, pero haz la operación opuesta en ambos lados.
3. Simplifica ambos lados de la desigualdad.
4. Haz una gráfica de la respuesta en una recta numérica. Para < y >, usa un círculo sin rellenar y para ≤ y ≥ usa un círculo rellenado.



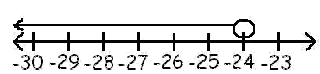
Resuelve $\frac{x}{-6} > 4$.

$$\frac{x}{-6} > 4$$

$$(-6)\frac{x}{-6} < 4(-6)$$

$$x < -24$$

Fíjate que en el 2do paso, al multiplicar por -6, el signo se "volteó" de mayor que a menor que.



RECUERDA: ¡Al multiplicar o dividir una desigualdad con un número negativo, el signo de desigualdad debe ser cambiado!

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Desigualdades (continuación)

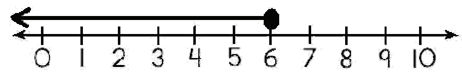
Algunas desigualdades deben resolverse usando ambos suma y resta, multiplicación y división. En estos problemas, siempre llevas a cabo primero la suma y la resta.

Ejemplo: $2x - 6 \le 6$

$$\begin{array}{rcl} 2x - 6 & \le & 6 \\ +6 & & +6 \\ \hline 2x & \le & 12 \end{array}$$

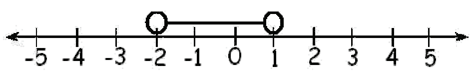
$$\frac{2x}{2} \le \frac{12}{2}$$

$$x \le 6$$



Una desigualdad compuesta es una afirmación que compara una cantidad (en el medio) con otras dos cantidades (en cualquiera de los dos lados).

$-2 < y < 1$ Esto se puede leer como "y es mayor que -2, pero menor que 1."



Números enteros

Las reglas para llevar a cabo operaciones $(+, -, \times, \div)$ con números enteros son muy importantes y deben ser memorizadas.

Las reglas de suma para números enteros:

1. Cuando los signos son iguales, suma los números y mantén el mismo signo. Cuando los signos son diferentes, resta los números y usa el signo del número mayor.

$$\begin{array}{r} +33 \\ + +19 \\ \hline +52 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -23 \\ + -19 \\ \hline -39 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +35 \\ + -21 \\ \hline +14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -55 \\ + +27 \\ \hline -28 \end{array}$$

Las reglas de resta para números enteros:

Cambia el signo del segundo número y suma (sigue la regla para la suma de números enteros que aparece anteriormente).

$$\begin{array}{r} +56 \\ - -26 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{aplica la regla}} \begin{array}{r} +56 \\ + +26 \\ \hline +82 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +48 \\ - +23 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{aplica la regla}} \begin{array}{r} +48 \\ + -23 \\ \hline +25 \end{array}$$

¡Fíjate que en cada problema de resta se convierte en un problema de suma, cuando usas esta regla!

La regla de multiplicación para números enteros:

1. Cuando los signos son iguales, la respuesta es positiva (+).

$+7 \times +3 = +21$ $\qquad -7 \times -3 = +21$

$+18 \div +6 = +3$ $\qquad -18 \div -6 = +3$

2. Cuando los signos son diferentes, la respuesta es negativa (-).

$+7 \times -3 = -21$ $\qquad -7 \times +3 = -21$

$-18 \div +6 = -3$ $\qquad +18 \div -6 = -3$

+	×	+	=	+
–	×	–	=	+
+	×	–	=	–
–	×	+	=	–
+	÷	+	=	+
–	÷	–	=	+
+	÷	–	=	–
–	÷	+	=	–

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Matriz, matrices

Una **matriz** es un arreglo en filas y columnas. Cada número en una matriz es un elemento o entrada. El plural de matriz es **matrices**.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

La matriz a la derecha tiene 2 filas y 3 columnas. Tiene 6 elementos.

Con el propósito de ser sumadas o restadas, las matrices deben tener el mismo número de filas y columnas. Si no tienen las mismas dimensiones, no pueden ser sumadas o restadas entre sí.

Al **sumar matrices** simplemente suma los elementos correspondientes.

Ejemplo: $\begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & -6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0+2) & (4+1) & (-1+3) \\ (-3+(-2)) & (2+(-6)) & (5+4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -5 & -4 & 9 \end{pmatrix}$

Al restar matrices, recuerda la regla de resta para los números enteros. Una forma simple de restar matrices es cambiar los signos de todos los elementos de la segunda matriz. Luego, cambia la operación a suma y sigue la regla para la suma de números enteros (como se mostró en el ejemplo anterior).

Ejemplo: $\begin{pmatrix} -10 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} =$ Primero <u>cambia todos los signos</u> y luego suma.

$$\begin{pmatrix} -10 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & +3 \\ -6 & +1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-10+(-5)) & (2+3) \\ (3+(-6)) & (-7+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & +5 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$$

Por ciento

El porcentaje de cambio muestra cuánto ha aumentado o disminuido una cantidad a partir de la cantidad original. Cuando una nueva cantidad es mayor que la cantidad original, el porcentaje de cambio se llama **porcentaje de aumento**. Cuando la nueva cantidad es menor que la cantidad original se llama **porcentaje de disminución.** Ambos aparecen de la misma manera. La diferencia entre la nueva cantidad y la original se divide entre la cantidad original. El resultado es multiplicado por 100 para obtener el porcentaje de cambio.

Fórmula: $\% \text{ de cambio} = \dfrac{\text{cantidad de aumento o disminución}}{\text{cantidad original}} \times 100$

Ejemplo: Un arbusto medía 23 pulgadas de alto cuando fue plantado. Dos años después, medía 36 pulgadas de alto. ¿Cuál fue el porcentaje de aumento? Redondea tu respuesta a un número entero.

$$\left(\frac{36-23}{23}\right) \times 100 =$$

$$\left(\frac{13}{23}\right) \times 100 = 0.565$$ La altura del arbusto aumentó en un 57% en un período de 2 años.

$$0.565 \times 100 = 57\%$$

Polinomios

Un **polinomio** es la suma de uno o más monomios. Recuerda que un número monomio es un número, una variable o el producto de números y variables con o sin exponentes. Aquí tienes algunos ejemplos de monomios ($3x$, 7, $2xy$, $2y^2$, x^3). Los polinomios pueden tener un número ilimitado de términos.

Un **binomio** es un polinomio con exactamente 2 términos. Ejemplos: $3x - 7$, $2x + 5y$, $2y^2 + x^3$

Un **trinomio** es un polinomio con exactamente 3 términos. Ejemplos: $3x - 7 + 2x$, $5y + 2y^2 - x^3$

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Polinomios (continuación)

Cuando **sumas polinomios,** simplemente combina términos similares. Te servirá de ayuda si alineas los términos similares antes de sumar.

Ejemplo: Suma los siguientes polinomios:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 6x^2 + x \\ + \; 3x^3 - 2x^2 - 3 \\ \hline 5x^3 - 8x^2 + x - 3 \end{array}$$

Para restar polinomios, usa la regla de resta para números enteros (cambia el signo de cada término en el segundo polinomio y suma).

Ejemplo: Resta los siguientes polinomios.

$$\begin{array}{r} 6n^2 - 4n + 5 \\ -\; 2n^2 + 2n - 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 6n^2 - 4n + 5 \\ +\; -2n^2 - 2n + 3 \\ \hline 4n^2 - 6n + 8 \end{array}$$

Cuando **multiplicas polinomios** debes multiplicar cada término en el primer polinomio por cada término en el segundo polinomio y luego combina los términos similares. (El proceso es similar a multiplicación larga).

Ejemplo: Multiplica. $(2b-2)(b^2+4b-5)$

$$\begin{array}{r} b^2 + 4b - 5 \\ \times \quad 2b - 2 \\ \hline -2b^2 - 8b + 10 \\ +\; 2b^3 + 8b^2 - 10b \\ \hline 2b^3 + 6b^2 - 18b + 10 \end{array}$$

Al **multiplicar dos binomios** puedes usar el **método FOIL**. En el método FOIL, se multiplican los primeros (**First**) términos en cada binomio, se multiplican los términos exteriores (**Outer**), se multiplican los términos interiores (**Inner**) en cada binomio y luego los últimos (**Last**) términos en cada binomio se multiplican; finalmente todos los términos similares se combinan para obtener el producto.

Ejemplo 1: Multiplica usando el método FOIL. $(3a+4)(a-2)$

Los primeros términos son $3a$ y a; su producto es $\mathbf{3a^2}$.

Los términos exteriores son $3a$ y -2; su producto es $\mathbf{-6a}$.

Los términos interiores son 4 y a; su producto es $\mathbf{4a}$.

Los últimos términos son 4 y -2; su producto es **-8**.

La suma de estos términos es $3a^2 + (-6a) + 4a + (-8)$.

El producto de los binomios es $\mathbf{3a^2 - 2a - 8}$.

Ejemplo 2: Multiplica usando el método FOIL. $(2x-1)(5x+3)$

Los primeros términos son $2x$ y $5x$; su producto es $\mathbf{10x^2}$.

Los términos exteriores son $2x$ y 3; su producto es $\mathbf{6x}$.

Los términos interiores son -1 y $5x$; su producto es $\mathbf{-5x}$.

Los últimos términos son -1 y 3; su producto es **-3**.

La suma de estos términos es $10x^2 + 6x + (-5x) + (-3)$.

El producto de los binomios es un trinomio: $\mathbf{10x^2 + x - 3}$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Polinomios (continuación)

El proceso de **factorizar polinomios** es el inverso a multiplicarlos. Cuando factorices, estás tratando de hallar los factores más simples que se pueden multiplicar juntos para obtener un polinomio.

A veces, factorizar es tan fácil como hallar el máximo común divisor en cada término y dividir todos los términos entre ese factor. Puedes pensar en este proceso como el "inverso" de la propiedad distributiva. Cuando factorices cualquier polinomio, primero debes comprobar si hay un máximo común divisor que pueda ser dividido fácilmente.

Ejemplo: Factoriza. $9x^2 + 6x = \dfrac{\overset{3x}{\cancel{9}\cancel{x^2}}}{\cancel{3}\cancel{x}} + \dfrac{\overset{2}{\cancel{6}\cancel{x}}}{\cancel{3}\cancel{x}} = 3x(3x+2)$

El factor más grande que va en cada ambos términos es $3x$. Divide cada término entre $3x$. El resultado son los dos factores primarios: $3x$ y $3x + 2$

Una vez haz verificado si hay factores comunes, algunos trinomios pueden ser factorizados aún más. El proceso de factorizar un trinomio puedes pensarlo como "invertir" el método FOIL. Estás viendo 2 binomios que pueden multiplicarse juntos para obtener el trinomio.

Para entender esto, mira este trinomio: $x^2 + 5x + 6$

Este trinomio es el producto de 2 binomios: $(x+3)$ y $(x+2)$. Necesitas entender de dónde viene cada término en el trinomio.

El 1^er^ término en el trinomio es el producto del 1^er^ término en los binomios: $x \cdot x = x^2$.

El ultimo término en el trinomio es el producto de los 2^dos^ términos en los binomios: 3(2) = 6.

El término en el medio del trinomio es la suma del producto de los términos interiores $(3 \cdot x = 3x)$ y el producto de los términos exteriores $(2 \cdot x = 2x)$ en los binomios: $3x + 2x = 5x$.

Una manera de representarlo es: $(a+b)(c+d) = ac + (bc + ad) + bd$.

Ahora, intenta aplicarlo a un trinomio distinto. Factoriza $x^2 + 11x + 18$.

$x^2 + 11x + 18$

La respuesta estará en esta forma:

$(\quad)(\quad) =$

x^2

$(x \quad)(x \quad) =$

18

¿Cuál?

? $(x+1)(x+18) =$

Interior: 1x; Exterior: 18x; Suma: 19x

? $(x+2)(x+9) =$

Interior: 2x; Exterior: 9x; Suma: **11x**

? $(x+3)(x+6) =$

Interior: 3x; Exterior: 6x; Suma: 9x

Todos son factores de 18. ¿Cuál resulta correcto como el término del medio?

1. Verifica si hay un factor común para estos tres términos. Si lo hay, factorízalo. (No hay).
2. Mira el primer término (x^2). ¿Cuáles 2 términos pueden ser multiplicados para obtener x^2? $x \cdot x$ son los únicos factores. x será el 1^er^ término en ambos binomios.
3. Mira el último término (18). ¿Cuáles 2 factores pueden ser multiplicados para obtener 18? Hay varios pares de posibilidades: 1 y 18, 2 y 9, 3 y 6. Los 2^dos^ términos en los binomios vendrán de estos.
4. Para escoger el par correcto de factores, recuerda que cada uno será multiplicado por los primeros términos y esos productos deben sumar al término en el medio.
5. El término en el medio es $11x$, entonces 2 y 9 deben ser el par correcto.

$$(x+2)(x+9) = x^2 + 11x + 18 \quad \checkmark$$

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Polinomios (continuación)

Ejemplo: ¿Cuáles son los factores de $n^2 + 2n - 15$?

- Los factores de n^2 son $n \cdot n$.
- Los factores de -15 son 1 & -15, -1 & 15, 3 & -5, y -3 & 5.
- Cada par multiplicado por *n*, y sumados dan: $1n + -15n = -14n$, $-1n + 15n = 14n$, $3n + -5n = -2n$, $-3n + 5n = \mathbf{2n}$.

$(n \quad)(n \quad) =$

$(n - 3)(n + 5) =$

Dado que $2n$ es el término del medio correcto, el par correcto de factores es -3 y 5.

Algunos polinomios pueden ser un poco más complicados de factorizar.
Usualmente están en la forma de $ax^2 + bx + c$, donde a no es 1. El proceso de factorizar estos polinomios es el mismo que los anteriores, pero hay muchos más factores posibles a considerar.
Ejemplo: Halla los factores de $2x^2 - 7x + 3$.

1. Los factores de $2x^2$ son $2x$ y x.
2. Los factores de 3 son 1 y 3 y -1 & -3.

$(2x \quad)(x \quad) =$

Cada combinación de factores debe ser considerada. Multiplica los factores exteriores, luego los internos, y finalmente súmalos:

- Mira las combinaciones que tienen 1 & 3.
  $2x \cdot 1 = 2x$; $x \cdot 3 = 3x$; su suma es $5x$.
  $2x \cdot 3 = 6x$; $x \cdot 1 = 1x$; su suma es $7x$.
  Ninguna de éstas es correcta.

Las combinaciones posibles son:
$(2x + 3)(x + 1)$
or
$(2x + 1)(x + 3)$
Ninguna funciona.

- Mira las combinaciones que tienen -1 & -3.
  $2x \cdot -1 = -2x$; $x \cdot -3 = -3x$; su suma es $-5x$.
  $2x \cdot -3 = -6x$; $x \cdot -1 = -1x$; su suma es $-7x$.
  ¡El último par es correcto!

Las combinaciones posibles son:
$(2x - 3)(x - 1)$
or
$(2x - 1)(x - 3)$
El último par sí funciona.

La **diferencia de dos cuadrados** representa un tipo especial de polinomio. Este es un binomio donde ambos términos son cuadrados perfectos, un término es positivo y el otro es negativo. Al factorizar un polinomio en esta forma $(a^2 - b^2)$, los resultados siempre son $(a + b)(a - b)$.

Ejemplo 1: ¿Cuáles son los factores de $y^2 - 16$?

El primer término, y^2, es un cuadrado perfecto. y^2 — $(y + \quad)(y - \quad)$

El último término, 16, es un cuadrado perfecto. $16 = 4^2$ — $(y + 4)(y - 4)$

Ejemplo 2: ¿Cuáles son los factores de $49m^2 - 36$?

El primer término, $49m^2$, es un cuadrado perfecto. $(7m)^2$ — $(7m + \quad)(7m - \quad)$

El último término, 36, es un cuadrado perfecto. $36 = 6^2$ — $(7m + 6)(7m - 6)$

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

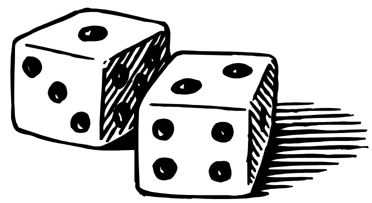
Probabilidad

La **probabilidad de dos o más eventos independientes** sucediendo al mismo tiempo puede ser determinada al multiplicar a la vez las probabilidades individuales. El producto se llama **probabilidad compuesta**.

P(A y B) = P(A) x P(B)

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6 y luego un 2 en dos tiradas de un dado [P(6 y 2)]?

A) Primero, dado que hay 6 números en un dado y solamente uno de ellos es un 6m la probabilidad de obtener un 6 es de $\frac{1}{6}$.



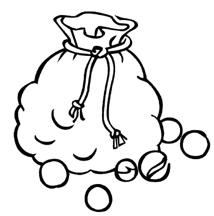
B) Dado que hay 6 números en un dado y solamente uno de ellos es un 2, la probabilidad de obtener un 2 es $\frac{1}{6}$.

Entonces, P(6 y 2) = P(6) x P(2) = $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

Hay una probabilidad de 1 a 36 de obtener un 6 y luego un 2 en dos tiradas de un dado.

Ejemplo: Si tiene una bolsa con 10 canicas, 4 verdes y 6 azules, ¿cuál es la probabilidad de escoger una canica verde y luego una azul sin reemplazar?

A) Primero, la probabilidad de escoger una canica verde es $\frac{4}{10}$.



B) Sin reemplazar la primera elección, ahora hay 9 canicas en la bolsa, entonces, la probabilidad de escoger una canica azul es $\frac{6}{9}$.

Entonces, la probabilidad es $\frac{6}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$.

Hay una probabilidad de 4 a 15 de escoger una canica verde y luego una azul sin remplazo.

Radicales

Una **expresión radical** es una expresión que contiene un radical, tales como una raíz cuadrada, raíz cuadrática u otro tipo de raíz. Las expresiones radicales pueden ser sumadas, restadas, multiplicadas, divididas y simplificadas muy similarmente a las expresiones racionales.

La raíz cuadrada de un número es igual al producto de la raíz cuadrada de su factor.

Ejemplo 1: $\sqrt{4x} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$

Ejemplo 2: $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Ejemplo 3: $\sqrt{9x^3} = \sqrt{9 \cdot x^2 \cdot x} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x} = 3x\sqrt{x}$

Al **sumar (restar) expresiones radicales,** los números dentro del radical deben ser los mismos, o sino, no pueden ser combinados. Esto requiere simplificar el radical primero. Una vez los números en el radical son los mismo, los coeficientes se suman (restan) y el radical se queda igual.

Ejemplo 1: Suma. $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

Ejemplo 2: Suma. $5\sqrt{3} + \sqrt{48}$

$5\sqrt{3} + \sqrt{16 \cdot 3} =$

$5\sqrt{3} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} =$

$5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} =$

$9\sqrt{3}$

1. Si los números en el radical son diferentes, debes simplificarlos primero.
2. Factoriza los números dentro del radical, y busca cuadrados perfectos.
3. Si hay cuadrados perfectos, simplifica.
4. Una vez los números en el radical son los mismos, suma los coeficientes.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Radicales (continuación)

Ejemplo 3: $3\sqrt{7} - 5\sqrt{14} + 2\sqrt{28}$

$$3\sqrt{7} - 5\sqrt{14} + 2\sqrt{28} =$$
$$3\sqrt{7} - 5\sqrt{7 \cdot 2} + 2\sqrt{4 \cdot 7} =$$
$$3\sqrt{7} - 5\sqrt{14} + 2\sqrt{4} \cdot \sqrt{7} =$$
$$3\sqrt{7} - 5\sqrt{14} + 4\sqrt{7} =$$
$$7\sqrt{7} - 5\sqrt{14}$$

A pesar de que $5\sqrt{14}$ puede romperse en factores, ninguno de ellos es un cuadrado perfecto, por lo que $5\sqrt{14}$ es lo más simple posible.

Notación científica

La notación científica es un método corto para representar números que son o muy grandes o muy pequeños – números que tienen demasiados ceros y que son tediosos para escribir.

Por ejemplo, 5,000,000,000 y 0.000000023 tienen tantos ceros que no es conveniente escribirlos de esta forma. La notación científica remueve los ceros del "marcador de posición" y los representa como potencias de 10.

Los números en notación científica siempre tienen la forma de $c \times 10^n$ donde $1 \le c < 10$ y n un número entero.

Ejemplos: $5{,}000{,}000{,}000 = 5 \times 10^9$ $0.000000023 = 2.3 \times 10^{-8}$

5,000,000,000

5.000,000,000.

5×10^9

El punto decimal se movió 9 lugares a la izquierda, por lo que el exponente es +9.

1. Primero, identifica el punto decimal. Recuerda, si el punto decimal no aparece, está después del último dígito a la derecha.
2. Mueve el punto decimal (a la derecha o izquierda) hasta que el número sea al menos 1 o menos de 10.
3. Cuenta el número de lugares que moviste el punto decimal. Este es el exponente.
4. Si mueves el pinto decimal hacia la derecha, el exponente será negativo; si lo mueves a la izquierda, el exponente será positivo.
5. Escribe el número multiplicado por 10 a la potencia del número que hallaste.

0.000000023

0.00000002.3

2.3×10^{-8}

El punto decimal se movió 8 lugares a la derecha, por lo tanto el exponente es -8.

"¿Quién sabe?"

¿Grados en un ángulo recto? .... (90°)

¿Un ángulo llano? .... (180°)

¿Un ángulo mayor que 90°? .... (obtuso)

¿Menos de 90°?.................................. (agudo)

¿Lados en un cuadrilátero? .... (4)

¿Lados en un octágono?............................ (8)

¿Lados en un hexágono?............................ (6)

¿Lados en un pentágono? .... (5)

¿Lados en un heptágono? .... (7)

¿Lados en un nonágono? .... (9)

¿Lados en un decágono? ....(10)

¿Pulgadas en una yarda?..........................(36)

¿Yardas en una milla? ....(1,760)

¿Pies en una milla? ....(5,280)

¿Centímetros en un metro? .... (100)

¿Cucharaditas en una cuchara? .... (3)

¿Onzas en una libra?................................(16)

¿Libras en una tonelada? ....(2,000)

¿Tazas en una pinta?................................. (2)

¿Pintas en un cuarto de galón? .... (2)

¿Cuartos en un galón? .... (4)

¿Milímetros en un metro?..................(1,000)

¿Años en un siglo? .... (100)

¿Años en una década?...............................(10)

¿Punto de congelación en Celsius? .... (0°C)

¿Punto de ebullición en Celsius? ...... (100°C)

¿Punto de congelación en Fahrenheit?(32°F)

¿Punto de ebullición en Fahrenheit?(212°F)

¿Número con 2 factores solamente?.......... (primo)

¿Perímetro? ....(suma los lados)

¿Área? .... (largo x ancho)

¿Volumen? .... (largo x ancho x alto)

¿Área de un paralelogramo? .... (base x alto)

¿Área de un triángulo?.................... ($\frac{1}{2}$ base x alto)

¿Área de un trapezoide? ....
.... ($\frac{base_1 + base_2}{2}$ x alto)

¿Área de la superficie de un prisma rectangular?
.... SA = 2(LW) + 2(WH) + 2(LH)

¿Volumen de un cilindro? .... ($\pi r^2 h$)

¿Área de un círculo?.......................................(πr^2)

¿Circunferencia de un círculo?..........................($d\pi$)

¿Triángulo con lados que no son iguales?(escaleno)

¿Triángulo con 3 lados iguales?...........(equilátero)

¿Triángulo con 2 lados iguales?............. (isósceles)

¿Distancia a través del medio de un círculo?
....(diámetro)

¿La mitad del diámetro?................................ (radio)

¿Figures con la misma forma y tamaño? (congruente)

¿Figuras con la misma forma, pero diferentes tamaños? .... (similar)

¿Número que aparece más veces? .... (modo)

¿Número en el centro?..............................(mediana)

¿La respuesta de adición? ....(suma)

¿La respuesta en división? .... (cociente)

¿La respuesta en multiplicación? .... (producto)

¿La respuesta en la resta?...................(diferencia)