Simple Solutions.

Minutes a Day-Mastery for a Lifetime!

Álgebra I
Parte A

Páginas de Ayuda y “¿Quién sabe?”

Páginas de Ayuda

Vocabulario

General

Absolute Value (valor absoluto) — la distancia entre un número, x, y cero en una recta numérica; se escribe $|x|$. Ejemplo: |5| = 5 se lee "El valor absoluto de 5 es 5." |-7| = 7 se lee "El valor absoluto de -7 es 7."

Expression (expresión) — una frase matemática escrita con símbolos. Ejemplo: $2x+5$ es una expresión.

Function (función) — una regla que parea cada número en un conjunto dado (dominio) con un número en otro conjunto (rango).Ejemplo: La función y = x + 3 parea cada número con otro número que es mayor por 3.

Greatest Common Factor (GCF) (máximo común divisor (MCD)) — el factor mayor que 2 números tienen en común. Ejemplo: Los factores de 6 son 1, 2, **3** y 6. Los factores de 9 son 1, **3** y 9. El (MCD) de 6 y 9 es 3.

Integers (números enteros) — el conjunto de números, positivos o negativos y cero.

Irrational number (número irracional) — un número que no se puede escribir como el radio de dos números enteros. La forma decimal de un número <u>ni se termina ni se repite</u>. Ejemplos: $\sqrt{2}$ y π.

Least Common Multiple (LCM) (mínimo común múltiplo (m.c.m.) — el múltiplo más pequeño que 2 números tienen en común. Ejemplo: Los múltiplos de 3 son 3, 6, 9, **12**, 15… Los múltiplos de 4 son 4, 8, **12**, 16… El m.c.m. de 3 y 4 es 12.

Matrix (matriz) — un arreglo rectangular de números en filas y columnas. Cada número en una matriz es un elemento o entrada. El plural de matriz es matrices. Ejemplo: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ es una matriz con 4 elementos.

Rational number (número racional) — un número que puede ser escrito como el radio entre dos números enteros. Ejemplo: 7 es racional; puede escribirse como $\frac{7}{1}$. 0.25 es racional; puede escribirse como $\frac{1}{4}$.

Slope (pendiente) — el radio de la *elevación* (cambio vertical) a la *distancia* (cambio horizontal) de una línea no vertical.

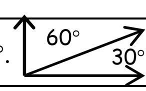
Square Root (raíz cuadrada) — un número que al ser multiplicado por sí mismo da otro número. El símbolo para raíz cuadrada es $\sqrt{x}$. Ejemplo: $\sqrt{49}=7$ se lee "la raíz cuadrada de 49 es 7."

Term (término) — los componentes de una expresión, que usualmente se suman o se restan de unos a otros. Ejemplo: La expresión $2x+5$ tiene dos términos: $2x$ y 5. La expresión $3n^2$ solo tiene un término.

Geometría

Acute Angle (ángulo agudo) — un ángulo que mide menos de 90°.

Complementary Angles (ángulos complementarios) — dos ángulos cuyas medidas suman hasta 90°.



Congruent (congruente) — figuras con la misma forma y el mismo tamaño.

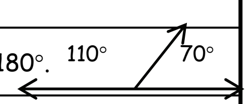
Obtuse Angle (ángulo obtuso) — un ángulo que mide más de 90°.

Right Angle (ángulo recto) — un ángulo que mide exactamente 90°.

Similar (similar) — figures que tienen la misma forma pero con tamaños diferentes.

Straight Angle (ángulo llano) — un ángulo que mide exactamente 180°.

Supplementary Angles (ángulos suplementarios) — dos ángulos cuyas medidas suman hasta 180°.



Surface Area (área de la superficie) — la suma de las áreas de todas las caras de una figura sólida.

Páginas de Ayuda

Vocabulario (continuación)

Geometría — Círculos

Circumference (circunferencia) — la distancia alrededor del exterior de un círculo.

Diameter (diámetro) — la parte más ancha a través de un círculo. El diámetro siempre cruza el centro.

Radius (radio) — la distancia de cualquier punto en un círculo hacia el centro. El radio es la mitad del diámetro.

Geometría — Triángulos

Equilateral (equilátero) — un triángulo con los 3 lados que tienen el mismo largo.

Isosceles (isósceles) — un triángulo con 2 lados que tienen el mismo largo.

Scalene (escaleno) — un triángulo que ninguno de sus lados tienen el mismo largo.

Geometría — Polígonos

Número de lados	Nombre	Número de lados	Nombre
3	Triángulo	7	Heptágono
4	Cuadrilátero	8	Octágono
5	Pentágono	9	Nonágono
6	Hexágono	10	Decágono

Medidas — Relaciones

Volumen	Distancia
3 cucharaditas en una cucharada	36 pulgadas en una yarda
2 tazas en una pinta	1760 yardas en una milla
2 pintas en un cuarto de galón	5280 pies en una milla
4 cuartos en un galón	100 centímetros en un metro
Peso	1000 milímetros en un metro
16 onzas en una libra	**Temperatura**
2000 libras en una tonelada	0° Celsius – Punto de congelación
Tiempo	100° Celsius – Punto de ebullición
10 años en una década	32° Fahrenheit – Punto de congelación
100 años en un siglo	212° Fahrenheit – Punto de ebullición

Radio y proporción

Proportion (proporción) — una afirmación de que dos radios (o fracciones) son iguales. Ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

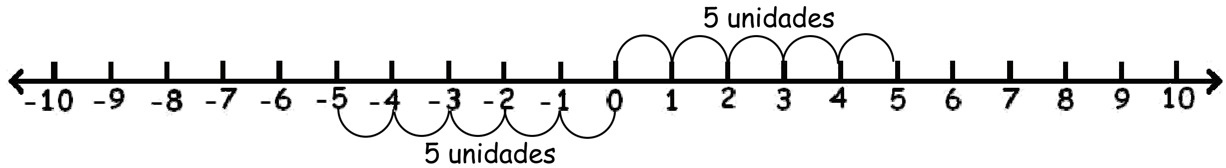
Percent (por ciento) (%) — el radio de cualquier número a 100. Ejemplo: 14% significa 14 de 100 ó $\frac{14}{100}$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número es su distancia de cero en una recta numérica. Siempre es positivo.



El valor absoluto de -5 y +5 es 5, porque ambos están a 5 unidades del cero. El símbolo para el valor absoluto de -5 es |-5|. Ejemplos: |-3| = 3; |8| = 8.

Ecuaciones

Una ecuación consiste en dos expresiones separadas por un signo de igual. Has trabajado con ecuaciones simples durante mucho tiempo: $2+3=5$. Las ecuaciones más complicadas envuelven variables que reemplazan a un número. Para resolver una ecuación como esta debes calcular qué número representa la variable. Un ejemplo simple es cuando $2+x=5$, $x=3$. Aquí, la variable, x, representa 3.

A veces una ecuación no es tan simple. En estos casos, hay un proceso para resolver la variable. No importa cuán complicada sea la ecuación, <u>la meta es trabajar con la ecuación hasta que todos los números estén a un lado y que la variable esté sola al otro lado</u>. Estas ecuaciones requerirán **un solo paso** para resolverlas. Para comprobar tu respuesta, escribe el valor de x en la ecuación original.

Resolver una **ecuación con una variable en un lado**:

Ejemplo: Resuelve para x. $x + 13 = 27$

$$\begin{array}{rcl} x+13 &=& 27 \\ -13 &=& -13 \\ \hline x &=& 14 \end{array}$$

Ejemplo: Resuelve para a. $a - 22 = -53$

$$\begin{array}{rcl} a-22 &=& -53 \\ +22 &=& +22 \\ \hline a &=& -31 \end{array}$$

Comprueba: -31 -22 = -53 ✓ ¡Correcto!

1. Mira la ecuación en el lado que está la variable. Si se suma o se resta un número a la variable, debes quitarlo. En el primer ejemplo 13 se suma a x.
2. Para eliminar 13, suma su opuesto (-13) a ambos lados de la ecuación.
3. Suma hacia abajo. x más nada es x. 13 más -13 es cero. 27 menos -13 es 14.
4. Una vez la variable está sola en un lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice que el valor de x. $x = 14$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Ecuaciones (continuación)

En los próximos ejemplos, un número es multiplicado o dividido por la variable (ni suma ni resta).

Ejemplo: Resuelve para x. $3x = 39$

$$3x = 39$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{39}{3}$$
$$x = 13$$

Comprueba: 3(13) = 39

39 = 39 ✓ ¡correcto!

Ejemplo: Resuelve para n. $\frac{n}{6} = -15$

$$\frac{n}{\cancel{6}}(\cancel{6}) = -15(6)$$
$$n = -90$$

Comprueba: $\frac{-90}{6} = -15$

–15 = –15 ✓ ¡correcto!

1. Mira la ecuación en el lado que está la variable. Si hay un número multiplicado o dividido por la variable, debe ser removido. En el primer ejemplo, 3 es multiplicado por x.
2. Para eliminar 3, divide ambos lados entre 3. (Divides porque es la operación opuesta a lo que está en la ecuación (multiplicación).
3. Sigue las reglas de multiplicación o división de números enteros. $3x$ dividido entre 3 es x. 39 dividido por 3 es trece.
4. Una vez la variable está sola en un lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice que el valor de x. $x = 13$.

El próximo conjunto de ejemplos también tienen una sola variable en un lado de la ecuación. Sin embargo, éstas son un poco más complicadas, porque requieren **dos pasos** para que la variable esté sola.

Ejemplo: Resuelve para x. $2x + 5 = 13$

$$\begin{aligned} 2x + 5 &= 13 \\ -5 &= -5 \\ 2x &= 8 \end{aligned}$$
$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

Comprueba: 2(4) + 5 = 13

8 + 5 = 13

13 = 13 ✓ ¡correcto!

Ejemplo: Resuelve para n. $3n - 7 = 32$

$$\begin{aligned} 3n - 7 &= 32 \\ +7 &= +7 \\ 3n &= 39 \end{aligned}$$
$$\frac{\cancel{3}n}{\cancel{3}} = \frac{39}{3}$$
$$n = 13$$

Comprueba: 3(13) – 7 = 32

39 – 7 = 32

32 = 32 ✓ ¡correcto!

1. Mira al lado del la ecuación que tiene la variable. Hay un número (2) multiplicado por la variable y hay un número para sumar(5). Ambos deben ser removidos. Siempre empieza por la suma/resta. Para quitar el 5 debemos sumar su opuesto (-5) en ambos lados.
2. Para quitar el 2, divide ambos lados entre 2. (Divides porque es la operación opuesta a la que está en la ecuación (multiplicación).
3. Sigue la regla para multiplicar o dividir números enteros. $2x$ dividido entre 2 es x. 8 dividido entre 2 es cuatro.
4. Una vez la variable está sola en un lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice el valor de x. $x = 4$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Ecuaciones (continuación)

Estas ecuaciones de múltiples pasos también tienen una variable en un solo lado. Para que la variable esté sola, requiere varios pasos.

Ejemplo: Resuelve para x. $3(2x+3)=21$

$$\cancel{3}\left(\frac{2x+3}{\cancel{3}}\right)=\frac{21}{3}$$

$$2x+3=7$$

$$-3=-3$$

$$2x\quad=4$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}=\frac{4}{2}$$

$$x=2$$

Comprueba: $3\left(2(2)+3\right)=21$

$3\left(4+3\right)=21$

$3\left(7\right)=21$

21 = 21 ✓ ¡correcto!

1. Mira el lado de la ecuación que tiene la variable. Primero, la expresión ($2x$ + 3) es multiplicada por 3; luego se suma un número (3) sumado a $2x$, y hay un número (2) multiplicado por x. Todos deben ser eliminados. Para eliminar el 3 que está fuera del paréntesis, divide entre 3 en ambos lados. (Divides porque es la operación opuesta a la que está en la ecuación (multiplicación).
2. Para eliminar el 3 dentro del paréntesis, suma su opuesto (-3) en ambos lados.
3. Elimina el 2 al dividir en ambos lados entre 2.
4. Sigue las reglas de multiplicación o división de números enteros. $2x$ dividido entre 2 es x. 4 dividido entre 2 es dos.
5. Una vez la variable esté sola en un solo lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice el valor de x. x = 2.

Al resolver una **ecuación con una variable en ambos lados**, la meta es igual: llevar a los números a un lado de la ecuación y dejar que la variable esté sola al otro lado.

Ejemplo: Resuelve para x. $2x + 4 = 6x - 4$

$$2x+4=6x-4$$

$$-2x\quad=-2x$$

$$4=4x-4$$

$$+4=\quad+4$$

$$8=4x$$

$$\frac{8}{4}=\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}}$$

$$2=x$$

Comprueba: 2(2) + 4 = 6(2) – 4

4 + 4 = 12 – 4

8 = 8 ✓ ¡correcto!

1. Dado que hay variables en ambos lados, el primer paso es eliminar el "término de la variable" de uno de los lados, al sumar el opuesto. Para remover $2x$ de la izquierda, suma $-2x$ en ambos lados.
2. Hay números para sumar (o restar) en ambos lados. Ahora, elimina el número que se sumó a la variable al sumar su opuesto. Para eliminar -4 de la derecha, suma +4 en ambos lados.
3. La variable todavía tiene un número para ser multiplicado. Este número (4) debe eliminarse al dividir entre 4 en ambos lados 4.
4. La última línea muestra que el valor de x es 2.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Ecuaciones (continuación)

Ejemplo: Resuelve para n. $5n - 3 = 8n + 9$

$$\begin{array}{rcr} 5n - 3 & = & 8n + 9 \\ -8n & = & -8n \\ \hline -3n - 3 & = & 9 \\ +3 & = & +3 \\ \hline -3n & = & 12 \\ \dfrac{\cancel{-3}n}{\cancel{-3}} & = & \dfrac{12}{-3} \\ n & = & -4 \end{array}$$

Comprueba: $5(-4) - 3 = 8(-4) + 9$

$-20 - 3 = -32 + 9$

$-23 = -23$ ✓ ¡correcto!

Exponentes

Un **exponente** es un pequeño número a la parte derecha superior de otro número (la base). Los exponentes se usan para mostrar que la base es un factor que se repite.

Ejemplo: 2^4 se lee "dos a la cuarta potencia". **base** → 2^4 ← **exponente**

La base (2) es un factor múltiples veces.

El exponente (4) dice cuántas veces la base es un factor.

$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

Ejemplo: 9^3 se lee "nueve a la tercera potencia" $9 \times 9 \times 9 = 729$

Expresiones

Una **expresión** es un número, una variable o cualquier combinación de éstos acompañados por los signos de operaciones matemáticas $(+, -, \times, \div)$ y símbolos de grupos. Una expresión nunca incluye un signo de igual.

Cinco ejemplos de expresiones son 5, x, $(x + 5)$, $(3x + 5)$, y $(3x^2 + 5)$.

Evaluar una expresión significa calcular su valor usando variables con valores específicos.

Ejemplo: Evalúa $2x + 3y + 5$ cuando $x = 2$ y $y = 3$.

$2(2) + 3(3) + 5 = ?$

$4 + 9 + 5 = ?$

$13 + 5 = 18$

La expresión tiene un valor de 18.

1. Para evaluar, escribe los valores de x y y en la expresión.
2. Usa las reglas para números enteros para calcular el valor de la expresión.

Ejemplo: Halla el valor de $\dfrac{xy}{3} + 2$ cuando $x = 6$ y $y = 4$.

$$\frac{6(4)}{3} + 2 = ?$$

$$\frac{24}{3} + 2 = ?$$

$$8 + 2 = 10$$

La expresión tiene un valor de 10.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Expresiones (continuación)

Algunas expresiones pueden simplificarse. Hay varios procesos para **simplificar una expresión.** Decidir cuál proceso o procesos usar, depende de la expresión en sí misma. Con la práctica, podrás reconocer cuál de los siguientes procesos usar.

La **propiedad distributiva** se usa cuando un término es multiplicado (o dividido entre) una expresión que incluye o suma o resta. $a(b+c)=ab+ac$ ó $\frac{b+c}{a}=\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$

Ejemplo: Simplifica $3(2x+5)$.

$$3(2x+5)=$$
$$3(2x)+3(5)=$$
$$6x+15$$

1. Dado que 3 es multiplicado por la expresión $2x+5$, el 3 debe ser multiplicado por ambos términos en la expresión.
2. Multiplica 3 por $2x$ y luego multiplica 3 por +5.
3. El resultado incluye ambos: $6x+15$. Fíjate que simplificar una expresión no resulta en una respuesta de números solamente, sino que obtienes una expresión más simple.

Ejemplo: Simplifica $2(7x - 3y + 4)$.

$$2(7x-3y+4)=$$
$$2(7x)+2(-3y)+2(+4)=$$
$$14x-6y+8$$

Expresiones que contienen términos semejantes también puede ser simplificados. **Los términos semejantes** son aquellos que tienen la misma variable a la misma potencia. $2x$ y $-4x$ son términos semejantes; $3n^2$ y $8n^2$ son términos semejantes; $5y$ y y son términos semejantes; 3 y 7 son términos semejantes.

Una expresión a veces empieza con términos semejantes. Este proceso para **simplificar expresiones** se llama **combinación de términos semejantes.** Al combinar términos, primero identifica los términos semejantes. Luego, simplemente suma los términos semejantes similares y escribe los resultados juntos para formar una nueva expresión.

Ejemplo: Simplifica $2x + 5y - 9 + 5x - 3y - 2$.

Los términos semejantes son $2x$ y $+5x$, $+5y$ y $-3y$, y -9 y -2.

$2x + +5x =$ **$+7x$**, $+5y + -3y =$ **$+2y$**, y $-9 + -2 =$ **-11**.

El resultado es **$7x + 2y - 11$**.

Los siguientes ejemplos son un poco más complejos. Es necesario usar primero la propiedad distributiva y luego combinar los términos semejantes.

Ejemplo: Simplifica $\underline{2(3x+2y+2)}+\underline{3(2x+3y+2)}$

$$\begin{array}{r} 6x+4y+4 \\ +6x+9y+6 \\ \hline 12x+13y+10 \end{array}$$

Ejemplo: Simplifica $4(3x-5y-4)-2(3x-3y+2)$

$$\begin{array}{r} +12x-20y-16 \\ -6x+\ 6y\ -4 \\ \hline 6x-14y-20 \end{array}$$

1. Primero, aplica la propiedad distributiva a cada expresión. Escribe los resultados uno encima del otro, alineándolos con los términos similares. Fíjate en los signos de los términos.
2. Luego, suma cada grupo de términos semejantes. Recuerda seguir las reglas para los números enteros.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Expresiones (continuación)

Otras expresiones que pueden ser simplificadas se escriben como fracciones. **Simplificar** estas expresiones (**fracciones algebraicas**) es parecido a simplificar las fracciones numéricas. Requiere cancelar factores que son comunes en ambos el numerador y el denominador.

Simplifica $\frac{12x^2yz^4}{16xy^3z^2}$.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}}\,\overset{x}{\cancel{x^2}}\,\cancel{y}\,\overset{z^2}{\cancel{z^4}}}{\underset{4}{\cancel{16}}\,\cancel{x}\,\underset{y^2}{\cancel{y^3}}\,\cancel{z^2}}$$

$$\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 3\cdot\cancel{x}\cdot x\cdot\cancel{y}\cdot\cancel{z}\cdot\cancel{z}\cdot z\cdot z}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{y}\cdot y\cdot y\cdot\cancel{z}\cdot\cancel{z}}$$

$$\frac{3xz^2}{4y^2}$$

1. Empieza mirando los numerales en el numerador y el denominador (12 y 16). ¿Cuál es el número más grande por el cual se puede dividir ambos? Cancela este factor (4) fuera de ambos números.
2. Mira la porción de la x en el numerador y el denominador. ¿Cuál es el número más grande de x por el cual se puede dividir ambos? Cancela este factor (x)fuera de ambos.
3. Haz el mismo proceso con y y luego z. Cancela el número más grande de cada uno (y y z^2). Escribe los números que quedan en el numerador o el denominador para tu respuesta.

A menudo, una relación se escribe usando frases verbales (en español). Para que funcionen con la relación, debes **traducir en una expresión algebraica o ecuación.** En la mayoría de los casos, hay palabras claves son de gran ayuda. A continuación, hay algunos ejemplos de frases verbales y sus expresiones algebraicas o ecuaciones correspondientes.

Frase verbal	Expresión algebraica
Diez más que un número	x + 10
La suma de un número y cinco	x + 5
Un número aumentado por 7	x + 7
Seis menos que un número	x – 6
Un número disminuido por nueve	x – 9
La diferencia entre un número y cuatro	x – 4
La diferencia entre cuatro y un número	4 – x
Cinco veces un número	5x
Ocho veces un número, aumentado por uno	8x + 1
El producto de un número y seis es doce.	6x = 12
El cociente de un número y 10	$\frac{x}{10}$
El cociente de un número y dos, disminuido por cinco	$\frac{x}{2} - 5$

En la mayoría de los problemas, el verbo "es" dice que añadas un signo de igual. Cuando trabajas con fracciones y por cientos, la palabra "de" significa multiplicar. Mira el ejemplo a continuación.

La mitad de un número es quince.

Puedes pensarlo como "una mitad por un número es igual a quince".

Cuando está escrito como una ecuación algebraica, es $\frac{1}{2}x = 15$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Expresiones (continuación)

A veces, necesitas hallar el **máximo común divisor (MCD) de una expresión algebraica.**

Ejemplo: Halla el MCD de $12x^2yz^3$ y $18xy^3z^2$.

1. Primero, halla el MCD de los números (12 y 18). El número más grande que es un factor de ambos es **6**.
2. Ahora mira las x. De los términos de x, cuál tiene menos x. Compara x^2 y x, $\boldsymbol{x}$ tiene menos.
3. Ahora mira las y y luego las z. De nuevo, de los términos de y, $\boldsymbol{y}$ tiene menos. De los términos de z, $\boldsymbol{z^2}$ tiene menos.
4. EL MCD tiene: $\boldsymbol{6xyz^2}$.

<u>$\boldsymbol{12x^2yz^3}$ **y** $\boldsymbol{18xy^3z^2}$</u>

EL MCD de 12 y 18 es **6**.

De x^2 y x, el más pequeño es $\boldsymbol{x}$.

De y y y^3, el más pequeño es $\boldsymbol{y}$.

De z^3 y z^2, el más pequeño es $\boldsymbol{z^2}$.

El MCD es: $\boldsymbol{6xyz^2}$.

En otros momentos, necesitas saber el **mínimo común múltiplo (mcc) de una expresión algebraica**.

Ejemplo: Halla el mcm de $10a^3b^2c^2$ y $15ab^4c$.

1. Primero, halla el mcm de los números (10 y 15). El número más bajo en que ambos caben es **30**.
2. Ahora mira los términos de a. ¿Cuál tiene el mayor número de a? Compara a^3 y a, $\boldsymbol{a^3}$ tiene la mayoría.
3. Ahora mira las b y luego las c. De nuevo, de los términos de b, $\boldsymbol{b^4}$ tiene la mayoría. De los términos de c, $\boldsymbol{c^2}$ tiene la mayoría.
4. El mcm tiene: $\boldsymbol{30a^3b^4c^2}$.

<u>$\boldsymbol{10a^3b^2c^2}$ **y** $\boldsymbol{15ab^4c}$</u>

El mcm de 10 y 15 es **30**.

De a^3 y a, el más grande es $\boldsymbol{a^3}$.

De b^2 y b^4, el más grande es $\boldsymbol{b^4}$.

De c^2 y c, el más grande es $\boldsymbol{c^2}$.

El mcm es: $\boldsymbol{30a^3b^4c^2}$.

Funciones

Una **función** es una regla que parea cada número en un conjunto dado de números (el dominio) con un solo número en otro conjunto de números (rango). Una función lleva a cabo una o más operaciones en un valor de entrada que resulta en un valor de salida. El conjunto de números de entrada se llama el **dominio** de la función. El conjunto de números de salida se llama el **rango** de una función. A menudo, una . A menudo, una tabla de funciones se una para ayudarte a organizar tus pensamientos.

Ejemplo: Para la función, $y = 3x$, halla los números que faltan en la tabla de funciones.

x	y
2	?
-1	?
?	15

La función es $y = 3x$. Esta función multiplica cada valor de x por 3.

Cuando entramos $x = 2$, obtenemos $y = 3(2)$ ó $y = 6$.

Cuando usamos $x = -1$, obtenemos $y = 3(-1)$ ó $y = -3$.

Cuando usamos $y = 15$, obtenemos $15 = 3x$,

entonces $\frac{15}{3} = x$ ó $5 = x$.

x	y
2	6
-1	-3
5	15

El conjunto de todas las entradas es el dominio. Para esta tabla de función, el dominio es {2, -1, 5}

El conjunto de todas las salidas es el rango. Para esta tabla de función, el rango es {6, -3, 15}.

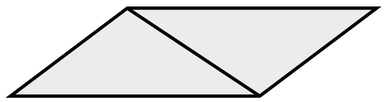
Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Geometría

Para hallar el **área de un triángulo**, primero identifica cualquier triángulo que sea exactamente la mitad de un paralelogramo.

La figura completa es un paralelogramo.

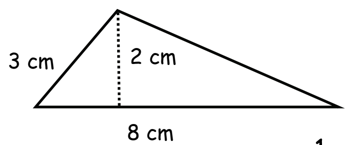


La mitad de toda la figura es un triángulo.

Entonces, el área del triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura.

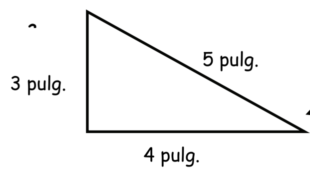
$$\text{Área del triángulo} = \frac{1}{2}(\text{base x altura (h)}) \qquad ó \qquad A = \frac{1}{2}bh$$

Ejemplos: Halla el área de los triángulos a continuación.



Entonces, $A = 8\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times \frac{1}{2}$ = **8**

1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2cm. La altura siempre es recta y nunca curva.)
3. Multiplícalos y divide entre 2 para hallar el área. (8 cm^2)



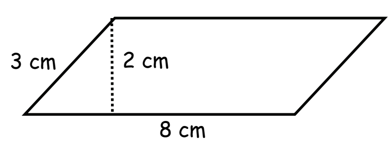
La base de este triángulo es 4 pulgadas de largo. Su altura es 3 pulgadas. (¡Recuerda la altura (h) siempre es recta y nunca curva!)

Entonces, $A = 4\text{ pulg.} \times 3\text{ pulg.} \times \frac{1}{2}$ = **6 pulg.^{2}**.

Hallar el **área de un paralelogramo** es similar a hallar el área de cualquier otro cuadrilátero. El área de la figura es igual al largo de su base multiplicado por la altura de la figura.

$$\text{Área del paralelogramo} = \text{base} \times \text{altura (h)} \qquad ó \qquad A = b \times h$$

Ejemplo: Halla el área del paralelogramo a continuación.



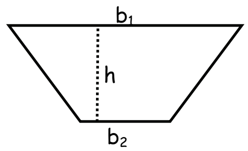
1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2cm. La altura (h) siempre es recta, nunca curva.)
3. Multiplica para hallar el área. (16 cm^2)

Entonces, $A = 8\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ = **16 cm^2**.

Geometría (continuación)

Hallar el **área de un trapezoide** es un poco diferente a los otros cuadriláteros que hemos visto. Los trapezoides tienen 2 bases con largos diferentes. Para hallar el área, primero halla el promedio de largo de las dos bases. Luego, multiplica el promedio por la altura (h).

$$\text{Área del trapezoide} = \frac{\text{base}_1 + \text{base}_2}{2} \times \text{altura (h)} \quad \text{ó} \quad A = \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right)h$$

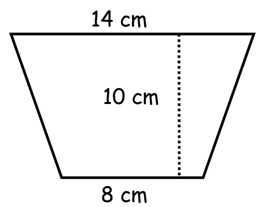


Las bases han sido nombradas b_1 y b_2.

La altura, h, es la distancia entre las bases.

Ejemplos: Halla el área del trapezoide a continuación.

1. Suma los largos de las dos bases. (22 cm)
2. Divide la suma entre 2. (11 cm)
3. Multiplica ese resultado por la altura para hallar el área. (110 cm²)



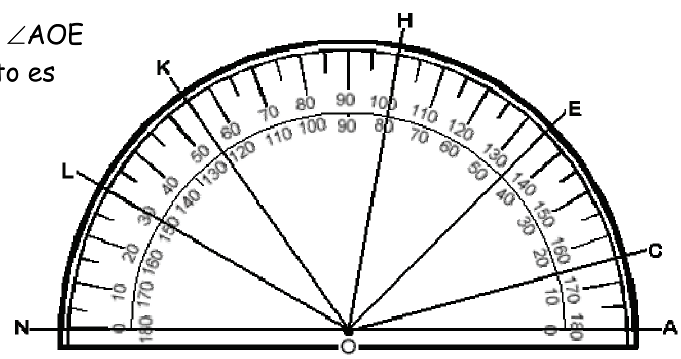
$$\frac{14\,\text{cm} + 8\,\text{cm}}{2} = \frac{22\,\text{cm}}{2} = 11\,\text{cm}$$

11 cm × 10 cm = **110 cm²** = Área

Para **hallar la medida de un ángulo,** se usa un transportador.

El símbolo para ángulo es $\angle$. En el diagrama, $\angle AOE$ tiene una medida de menos de 90°, por lo tanto es agudo.

Con el centro del transportador en el vértice del ángulo (donde se encuentran dos rayos), Coloca un rayo ($\overrightarrow{OA}$) en una de las líneas de "0". Mira el número que el otro rayo ($\overrightarrow{OE}$) cruza. Dado que el ángulo es agudo, usa el conjunto de números más bajo. Dado que $\overline{OE}$ está a la mitad entre 40 y 50, la medida de $\angle AOE$ es 45°. (Si fuera un ángulo obtuso, se usaría el conjunto de números más grande.)



Mira el $\angle NOH$. Es un ángulo obtuso, entonces se usará el conjunto de números más grande. Fíjate que $\overrightarrow{ON}$ está en la línea de "0". $\overrightarrow{OH}$ cruza a través de la marca de 100. Entonces, la medida de $\angle NOH$ es 100°.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

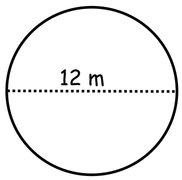
Geometría (continuación)

La **circunferencia de un círculo** es la distancia alrededor del exterior del círculo. Antes de que puedas hallar la circunferencia de un círculo, debes saber su radio o su diámetro. También, debes saber el valor de la constante *pi* (π). $\pi = 3.14$ (redondeada a la centésima más cercana).

Una vez tengas esta información, la circunferencia puede hallarse al multiplicar el diámetro por *pi*.

Circunferencia = $\pi \times$ diámetro ó $C = \pi d$

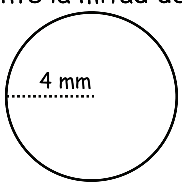
Ejemplos: Halla la circunferencia de los círculos a continuación.



1. Halla el largo del diámetro. (12 m)
2. Multiplica el diámetro por π. (12m $\times$ 3.14)
3. El producto es la circunferencia. (37.68 m)

Entonces, C = 12 m $\times$ 3.14 = **37.68 m**.

A veces, el radio de un círculo es dado, en vez del diámetro. Recuerda, el radio de cualquier círculo es exactamente la mitad del diámetro. Si un círculo tiene un radio de 3 pies, el diámetro es de 6 pies.



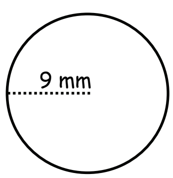
Dado que el radio es 4 mm, el diámetro debe ser 8 mm.
Multiplica el diámetro por π. (8 mm $\times$ 3.14)
El producto es la circunferencia. (25.12 mm)

Entonces, C = 8 mm $\times$ 3.14 = **25.12 mm**.

Al halla el **área de un círculo,** se eleva al cuadrado el largo del radio (multiplicado por sí mismo) y luego esta respuesta se multiplica por la constante, *pi* (π). $\pi = 3.14$ (redondeada a la centésima más cercana).

Área = $\pi \times$ radio x radio ó $A = \pi r^2$

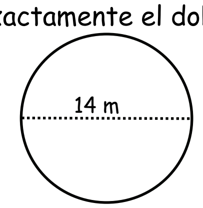
Ejemplos: Halla el área de los círculos a continuación.



1. Halla el largo del radio. (9 mm)
2. Multiplica el radio por sí mismo. (9 mm x 9 mm)
3. Multiplica el producto por *pi*. (81 mm^2 x 3.14)
4. El resultado es el área. (254.34 mm^2)

Entonces, A = 9 mm x 9 mm x 3.14 = **254.34 mm^2**.

A veces, el diámetro de un círculo es dado en vez del radio. Recuerda, el diámetro de cualquier círculo es exactamente el doble del radio. Si un círculo tiene un diámetro de 6 pies, su radio es de 3 pies.



Dado que el diámetro es 14 m, el radio debe ser 7 m.
Eleva el radio al cuadrado. (7 m x 7 m)
Multiplica ese resultado por π. (49 m^2 $\times$ 3.14)
El producto es el área. (153.86 m^2)

Entonces, $A = (7\text{ m})^2 \times 3.14$ = **153.86 m^2**.

Páginas de Ayuda

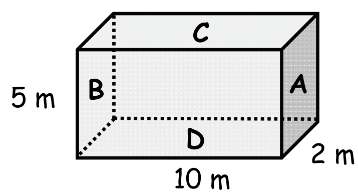
Ejemplos Resueltos

Geometría (continuación)

Para hallar el **área de la superficie** de una figura sólida, primero es necesario contar el número total de caras. Luego, halla el área de cada una de las caras, finalmente, suma las áreas de cada cara. Esa suma es el área de la superficie de la figura.

Aquí, el enfoque será **hallar el área de la superficie de un prisma rectangular.** Un prisma rectangular tiene 6 caras. En realidad, las caras opuestas son idénticas, por lo que esta figura tiene 3 pares de caras. También, un prisma tiene solo 3 dimensiones: Largo, ancho (W) y alto (h).

Este prisma tiene idénticos el lado izquierdo y el derecho (A y B), parte superior e inferior idénticas (C y D) y frente y dorso idénticos (sin identificar).



1. Halla el área del frente: L x W. (10 m x 5 m = 50 m^2) Dado que el dorso es idéntico, el área es igual.
2. Halla el área de la parte superior (C): L x H. (10 m x 2 m = 20 m^2) Dado que la parte inferior (D) es idéntica, su área es la misma.
3. Halla el área del lado A: W x H. (2 m x 5 m = 10 m^2) Dado que el lado B es idéntico, su área es la misma.
4. Suma las áreas de las 6 caras.
   (10 m^2 + 10 m^2 + 20 m^2 + 20 m^2 + 50 m^2+ 50 m^2 = **160 m^2**)

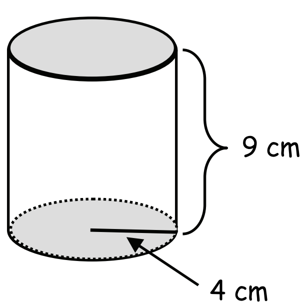
El área de la superficie de un prisma rectangular = 2(largo x ancho (W)) + 2(largo x alto (H)) + 2(ancho (W) x alto (H))

ó AS = 2LW + 2LH + 2WH

Para hallar el **volumen** de una figura sólida, es necesario determinar el área de una cara y multiplicarla por el alto de la figura. El volumen de un sólido se mide en unidades cúbicas (cm^3, $pulg^3$, $pies^3$, etc.).

Aquí, el enfoque estará en hallar el **volumen de un cilindro.** Como se muestra a continuación, un cilindro tiene dos caras circulares idénticas.

Ejemplo: Halla el volumen del cilindro a continuación.



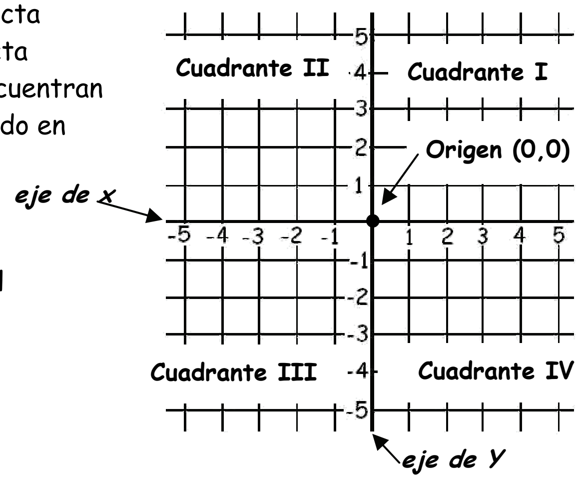
1. Para hallar el área de una de las caras circulares, multiplica la constante, π (3.14), por el cuadrado del radio (4 cm). Área = 3.14 × $(4 \text{ cm})^2$ = 50.24 cm^2
2. La altura de este cilindro es de 9 cm. Multiplica la altura por el área calculada en el Paso 1.
   Volumen = 50.24 cm^2 × 9 cm = 452.16 cm^3

Páginas de Ayuda

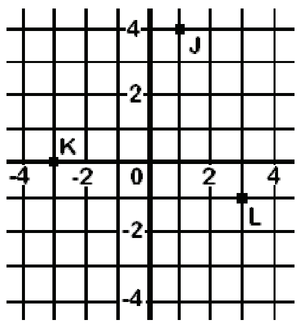
Ejemplos Resueltos

Gráficas

Un **plano coordinado** se forma al intersecar una recta numérica horizontal, llamada el **eje de *x*** y una recta numérica vertical llamada **eje de *y***. Los ejes se encuentran (0, 0), llamado el **origen** y dividen el plano coordinado en cuatro **cuadrantes**.



Los puntos están representados por **pares ordenados** de números, (x, y). El primer número en un par ordenado es el del eje de x; el segundo es el del eje de y. En el punto **(-4, 1)**, -4 está en la coordenada de x y 1 está en la coordenada de y.



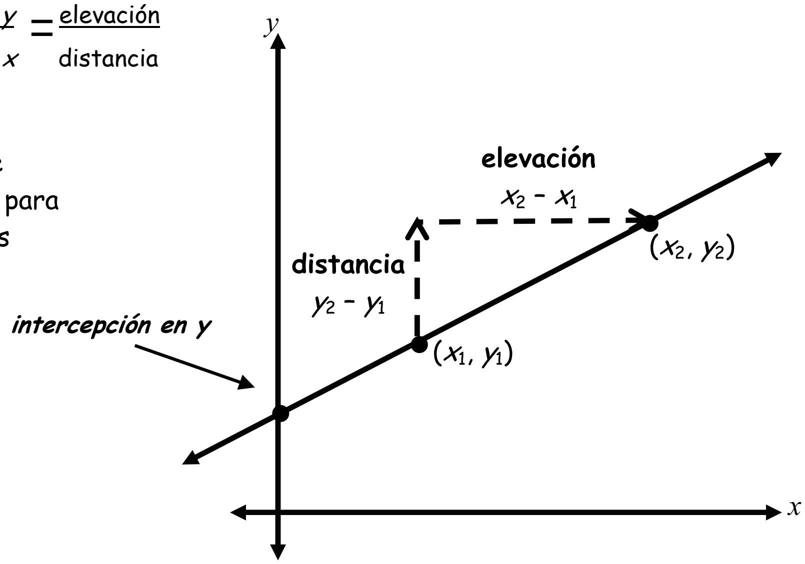
Al hacer una gráfica en un plano coordenado, siempre muévete primero en el eje de x (izquierda o derecha) y luego muévete en el eje de y (arriba o abajo).

- Los puntos coordinados de J son (1, 4).
- Los puntos coordinados de K son (-3, 0).
- Los puntos coordinados de L son (3, -1).

En un plano coordinado, cualesquiera 2 puntos pueden ser conectados para formar una línea. Sin embargo, la línea está compuesta de varios puntos – de hecho, cada lugar en la línea es otro punto. Una de las propiedades de una línea es su pendiente (o su empinado). La **pendiente** de una línea no vertical es el radio de su cambio vertical (elevación) y su cambio horizontal (distancia) entre dos puntos en una línea. La pendiente de una línea se representa con la letra *m*. Otra propiedad de una línea es la **intercepción en *y***. Este es el punto donde la línea interseca el eje de y. Una línea solamente tiene una intercepción en y, la cual es representada por la letra *b*.

Pendiente de una línea$= \dfrac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \dfrac{\text{elevación}}{\text{distancia}}$

El método de ejecución de distancia puede ser usado para hallar la pendiente si estás mirando la gráfica.



Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Gráficas (continuación)

Otra forma de hallar la pendiente de una línea es usar una fórmula. La fórmula para la pendientes es $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, donde los dos puntos son (x_1, y_1) y (x_2, y_2).

Ejemplo: ¿Cuál es la pendiente de $\overline{AD}$?

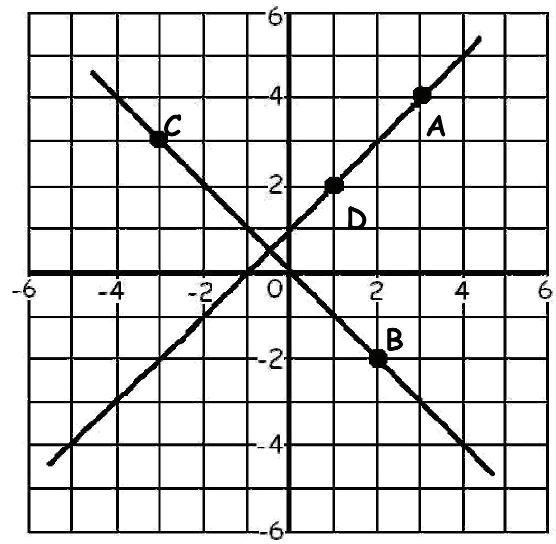
El Punto A con coordenadas (3, 4) y el Punto D con coordenadas (1, 2) están ambos en esta línea.

Para el Punto A, x_2 es 3 y y_2 es 4.

Para el Punto B, x_1 es 1 y y_1 es 2.

pendiente = $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$

La pendiente de $\overline{AD}$ es 1.



Usa la fórmula para hallar la pendiente de $\overline{CB}$.

El Punto C es (-3, 3) y el Punto B es (2, -2).

pendiente = $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-3}{2-(-3)} = \frac{-5}{5} = -1$

La pendiente de $\overline{CB}$ es -1.

Cada línea tiene una ecuación que la describe, llamada una ecuación lineal. Nos enfocaremos en una forma particular de ecuación lineal - **ecuación pendiente intercepción de una recta**. Para escribir la ecuación pendiente intercepción de una recta debes saber la pendiente y la intercepción en *y*.

Una ecuación pendiente intercepción de una recta siempre está en la forma de $y = mx + b$, donde m es la pendiente, b es la intercepción en y y (x, y) cualquier punto en la línea.

Ejemplo: Una línea tiene la ecuación $y = 2x + 5$. ¿Cuál es la pendiente? ¿Cuál es la intercepción en *y*?

$$y = 2x + 5$$
$$y = mx + b$$

La pendiente, *m*, es 2. La intercepción en *y*, *b*, es 5.

Ejemplo: Una línea tiene una pendiente de 6 y una intercepción en *y* de -3. Escribe la ecuación para la línea.

La pendiente es 6, entonces m = 6. La intercepción en *y* es -3, entonces $b = -3$.

Escribe esos valores en la forma de la ecuación pendiente intercepción de una recta: $y = 6x - 3$

Ejemplo: Escribe la ecuación de una línea que pasa a través de los puntos (3, 2) y (6, 4).

Solamente se necesitan 2 cosas para escribir la ecuación de una línea: pendiente e intercepción en *y*.

Primero, halla la pendiente. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{6-3} = \frac{2}{3}$

Luego, halla el intercepto en *y*. Escoge cualquiera de los dos puntos. Usemos (6, 4). El valor de *x* de este punto es 6 y el valor de *y* es 4. Escribe estos valores junto con la pendiente en la ecuación para resolver para *b*.

$y = mx + b$ $\quad 4 = \frac{2}{3}(6) + b$ $\quad 4 = \frac{12}{3} + b$ $\quad 4 = 4 + b$ $\quad 0 = b$

Entonces, la pendiente es = $\frac{2}{3}$ y el intercepto en *y* es = 0. La ecuación de la línea es $y = \frac{2}{3}x + 0$.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Desigualdades

Una **desigualdad** es una afirmación de que una cantidad es diferente a otra (usualmente más grande o más pequeña).

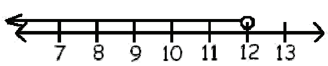
Los símbolos que muestran la desigualdad son <, >, ≤ y ≥ (menor que, mayor que, menor o igual que y mayor o igual que). Una desigualdad se forma al colocar uno de los símbolos de desigualdad entre dos expresiones. La solución de una desigualdad es el conjunto de números que pueden ser sustituidos por la variable para hacer que la expresión sea cierta.

Una desigualdad simple es $x \le 4$. El conjunto de respuestas, {…, 2, 3, 4}, incluye todos los números que son o igual o menores que cuatro.

Algunas desigualdades se resuelven usando solamente la suma o la resta. La aproximación para resolverlas es similar al que se usa para resolver ecuaciones. La meta es dejar que la variable esté sola en un solo lado de la desigualdad y que los números estén al otro lado.

Ejemplos: Resuelve $x - 4 < 8$.

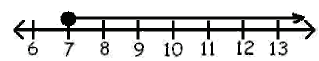
$$\begin{array}{rcl} x - 4 & < & 8 \\ +4 & & +4 \\ \hline x & < & 12 \end{array}$$



1. Para dejar que la variable esté sola, suma el opuesto del número que está en ambos lados.
2. Simplifica ambos lados de la desigualdad.
3. Haz una gráfica de la solución en una recta numérica. Para < y >, usa un círculo sin rellenar y para ≤ y ≥ usa un círculo rellenado.

Resuelve $y + 3 \ge 10$.

$$\begin{array}{rcl} y + 3 & \ge & 10 \\ -3 & & -3 \\ \hline y & \ge & 7 \end{array}$$



Algunas desigualdades se resuelven cuando solamente se usa la multiplicación o la división. El método para resolverlas es similar al que se usa para resolver ecuaciones. Aquí también, la meta es dejar sola a la variable en uno de los lados de la desigualdad y el número al otro lado.

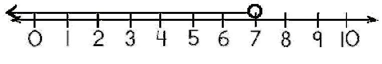
La única diferencia que debes recordar es esta: Si, al resolver el problema multiplicas por o divides entre un número negativo, debes voltear el símbolo de la desigualdad.

Ejemplos: Resuelve $8n < 56$.

$$\frac{8n}{8} < \frac{56}{8}$$

$$n < 7$$

1. Verifica si la variable se multiplica por o se divide entre un número.
2. Usa el mismo número, pero haz la operación opuesta en ambos lados.
3. Simplifica ambos lados de la desigualdad.
4. Haz una gráfica de la respuesta en una recta numérica. Para < y >, usa un círculo sin rellenar y para ≤ y ≥ usa un círculo rellenado.



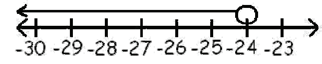
Resuelve $\frac{x}{-6} > 4$.

$$\frac{x}{-6} > 4$$

$$(-6)\frac{x}{-6} < 4(-6)$$

$$x < -24$$

Fíjate que en el 2do paso, al multiplicar por -6, el signo se "volteó" de mayor que a menor que.



RECUERDA: ¡Al multiplicar o dividir una desigualdad con un número negativo, el signo de desigualdad debe ser cambiado!

Páginas de Ayuda

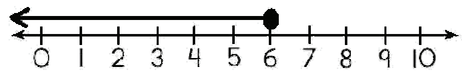
Ejemplos Resueltos

Desigualdades (continuación)

Algunas desigualdades deben resolverse usando ambos suma y resta, multiplicación y división. En estos problemas, siempre llevas a cabo primero la suma y la resta.

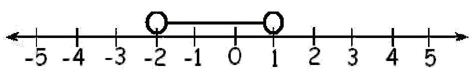
Ejemplo: $2x - 6 \leq 6$

$$\begin{aligned} 2x - 6 &\leq 6 \\ +6 &\quad +6 \\ 2x &\leq 12 \\ \frac{2x}{2} &\leq \frac{12}{2} \\ x &\leq 6 \end{aligned}$$



Una desigualdad compuesta es una afirmación que compara una cantidad (en el medio) con otras dos cantidades (en cualquiera de los dos lados).

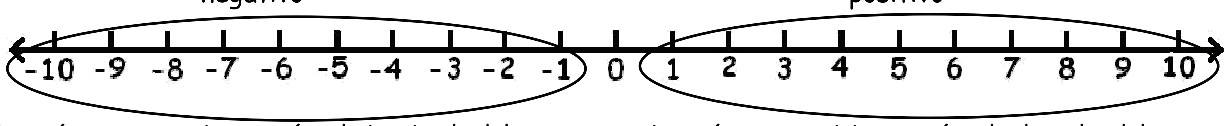
$-2 < y < 1$ Esto se puede leer como "y es mayor que -2, pero menor que 1."



Números enteros

Los números enteros incluyen los números de conteo, sus opuestos (en números negativos) y cero.

negativo positivo



Los números negativos están a la izquierda del cero. Los números positivos están a la derecha del cero.

Al **ordenar los números enteros,** se organizan del menor al mayor. Mientras más a la derecha está un número, mayor es su valor. Por ejemplo, 9 está más a la derecha que 2, por lo que 9 es mayor que 2.

De la misma forma, -1 está más a la derecha que -7, por lo tanto -1 es mayor que -7.

Ejemplos: Ordena estos números enteros de **menor a mayor**: -10, 9, -25, 36, 0

Recuerda, el número menor será el que está más a la extrema izquierda en la recta numérica, -25, luego -10, luego 0. Le sigue 9 y finalmente 36.

Respuesta: -25, -10, 0, 9, 36

Organiza estos números enteros de **mayor a menor**: -94, -6, -24, -70, -14

Ahora, el valor más grande (el que está más a la derecha) irá primero y el valor más pequeño (el más lejos a la izquierda) irá al final.

Respuesta: -6, -14, -24, -70, -94

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Números enteros

Las reglas para llevar a cabo operaciones $(+,-,\times,\div)$ con números enteros son muy importantes y deben ser memorizadas.

Las reglas de suma para números enteros:

1. Cuando los signos son iguales, suma los números y mantén el mismo signo. Cuando los signos son diferentes, resta los números y usa el signo del número mayor.

$$\begin{array}{r} +33 \\ +\ +19 \\ \hline +52 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -23 \\ +\ -19 \\ \hline -39 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +35 \\ +\ -21 \\ \hline +14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -55 \\ +\ +27 \\ \hline -28 \end{array}$$

Las reglas de resta para números enteros:

Cambia el signo del segundo número y suma (sigue la regla para la suma de números enteros que aparece anteriormente).

$$\begin{array}{r} +56 \\ -\ -26 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{aplica la regla}} \begin{array}{r} +56 \\ +\ +26 \\ \hline +82 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +48 \\ -\ +23 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{aplica la regla}} \begin{array}{r} +48 \\ +\ -23 \\ \hline +25 \end{array}$$

¡Fíjate que en cada problema de resta se convierte en un problema de suma, cuando usas esta regla!

La regla de multiplicación para números enteros:

1. Cuando los signos son iguales, la respuesta es positiva (+).

$+7 \times +3 = +21 \qquad -7 \times -3 = +21$

$+18 \div +6 = +3 \qquad -18 \div -6 = +3$

2. Cuando los signos son diferentes, la respuesta es negativa (–).

$+7 \times -3 = -21 \qquad -7 \times +3 = -21$

$-18 \div +6 = -3 \qquad +18 \div -6 = -3$

+	×	+	=	+
–	×	–	=	+
+	×	–	=	–
–	×	+	=	–
+	÷	+	=	+
–	÷	–	=	+
+	÷	–	=	–
–	÷	+	=	–

Matriz, Matrices

Una **matriz** es un arreglo en filas y columnas. Cada número en una matriz es un elemento o entrada. El plural de matriz es **matrices**.

La matriz a la derecha tiene 2 filas y 3 columnas. Tiene 6 elementos.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Con el propósito de ser sumadas o restadas, las matrices deben tener el mismo número de filas y columnas. Si no tienen las mismas dimensiones, no pueden ser sumadas o restadas entre sí.

Al **sumar matrices** simplemente suma los elementos correspondientes.

Ejemplo: $\begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & -6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0+2) & (4+1) & (-1+3) \\ (-3+(-2)) & (2+(-6)) & (5+4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -5 & -4 & 9 \end{pmatrix}$

Al restar matrices, recuerda la regla de resta para los números enteros. Una forma simple de restar matrices es cambiar los signos de todos los elementos de la segunda matriz. Luego, cambia la operación a suma y sigue la regla para la suma de números enteros (como se mostró en el ejemplo anterior).

Ejemplo: $\begin{pmatrix} -10 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} =$

Primero cambia todos los signos y luego suma.

$$\begin{pmatrix} -10 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & +3 \\ -6 & +1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-10+(-5)) & (2+3) \\ (3+(-6)) & (-7+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & +5 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$$

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Proporción

La **proporción** es una afirmación de que dos radios son iguales el uno con el otro. Hay dos formas de resolver una proporción, cuando falta un número.

1. Una forma de resolver la proporción ya la conoces. Puedes usar el método de equivalencia de fracciones.

$$\frac{5}{8} \underset{\times 8}{\overset{\times 8}{=}} \frac{n}{64}$$

$n = 40$. Entonces, $\frac{5}{8} = \frac{40}{64}$.

2. Otra forma de resolver la proporción es al usar productos cruzados.

Para usar productos cruzados:

1. Multiplica hacia abajo en cada diagonal.
2. Haz que el producto de cada diagonal sea igual al otro.
3. Resuelve para la variable que falta.

$$\frac{14}{20} = \frac{21}{n}$$
$$20 \times 21 = 14 \times n$$
$$420 = 14n$$
$$\frac{420}{14} = \frac{\cancel{14}n}{\cancel{14}}$$
$$30 = n$$

Entonces, $\frac{14}{20} = \frac{21}{30}$.

Por ciento

Cuando cambias de una fracción a un por ciento, un decimal a un por ciento, o un por ciento a fracción o decimal, es muy beneficioso usar una tabla de FDP (Fracción, Decimal, Por ciento).

Para cambiar **una fracción a un por ciento y/o decimal**, primero halla una fracción equivalente con 100 en el denominador. Una vez encuentres la fracción equivalente, puedes escribirlo fácilmente como decimal. Para cambiar ese decimal a por ciento, mueve el punto decimal 2 lugares a la derecha y añade el signo de %.

Ejemplo: Cambia $\frac{2}{5}$ a por ciento y luego a decimal.

1. Halla una fracción equivalente con 100 en el denominador.
2. Gracias a la fracción anterior equivalente, puedes hallar el decimal fácilmente. Di el nombre de la fracción: "cuarenta centésimas". Escríbelo como un decimal: 0.40.
3. Para cambiar 0.40 a por ciento, mueve el punto decimal dos lugares a la derecha. Añade el signo de %: 40%.

$$\frac{2}{5} \underset{\times 20}{\overset{\times 20}{=}} \frac{?}{100} \qquad ? = 40$$

$$\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 0.40$$

$$0.40 = 40\%$$

Cuando cambies de **por ciento a decimal o fracción,** el proceso es similar al que usaste anteriormente. Escribe el por ciento como una fracción con un denominador de 100; reduce esta fracción. Regresa al por ciento, mueve el punto decimal 2 lugares hacia la izquierda. Este es el decimal.

Ejemplo: Escribe 45% como fracción y luego como decimal.

1. Comienza con el por ciento. (45%) Escribe una fracción donde el denominador es 100 y el numerador es el "por ciento". $\frac{45}{100}$
2. Debes reducir esta fracción. La fracción reducida es $\frac{9}{20}$.
3. Vuelve al por ciento. Mueve el punto decimal dos lugares a la izquierda para cambiarlo a decimal.

$$45\% = \frac{45}{100}$$

$$\frac{45(\div 5)}{100(\div 5)} = \frac{9}{20}$$

$$45\% = .45$$

El punto decimal va aquí.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Por ciento (continuación)

Cuando cambias de **decimal a por ciento o fracción**, de nuevo, el proceso es similar al que usamos anteriormente. Empieza con el decimal. Mueve el punto decimal 2 lugares a la derecha y añade un signo de %. Regresa al decimal. Escríbelo como una fracción y reduce.

Ejemplo: Escribe 0.12 como por ciento y luego como fracción.

1. Empieza con el decimal. (0.12) Mueve el punto decimal dos lugares a la derecha y cámbialo a por ciento.
2. Regresa al decimal y escribe como fracción. Reduce esta fracción.

$0.12 = 12\%$

0.12 = doce centésimas

$= \frac{12}{100} = \frac{12(\div 4)}{100(\div 4)} = \frac{3}{25}$

El porcentaje de cambio muestra cuánto ha aumentado o disminuido una cantidad a partir de la cantidad original. Cuando una nueva cantidad es mayor que la cantidad original, el porcentaje de cambio se llama **porcentaje de aumento**. Cuando la nueva cantidad es menor que la cantidad original se llama **porcentaje de disminución.** Ambos aparecen de la misma manera. La diferencia entre la nueva cantidad y la original se divide entre la cantidad original. El resultado es multiplicado por 100 para obtener el porcentaje de cambio.

Fórmula: $\%\text{ de cambio} = \frac{\text{cantidad de aumento o disminución}}{\text{cantidad original}} \times 100$

Ejemplo: Un arbusto medía 23 pulgadas de alto cuando fue plantado. Dos años después, medía 36 pulgadas de alto. ¿Cuál fue el porcentaje de aumento? Redondea tu respuesta a un número entero.

$\left(\frac{36-23}{23}\right) \times 100 =$

$\left(\frac{13}{23}\right) \times 100 = 0.565$ La altura del arbusto aumentó en un 57% en un período de 2 años.

$0.565 \times 100 = 57\%$

Probabilidad

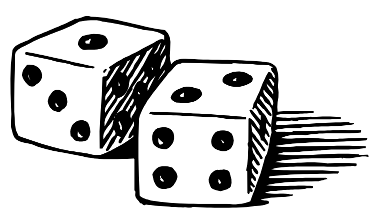
La **probabilidad de dos o más eventos independientes** sucediendo al mismo tiempo puede ser determinada al multiplicar a la vez las probabilidades individuales. El producto se llama **probabilidad compuesta**.

P(A y B) = P(A) x P(B)

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6 y luego un 2 en dos tiradas de un dado [P(6 y 2)]?

A) Primero, dado que hay 6 números en un dado y solamente uno de ellos es un 6m la probabilidad de obtener un 6 es de $\frac{1}{6}$.

B) Dado que hay 6 números en un dado y solamente uno de ellos es un 2, la probabilidad de obtener un 2 es $\frac{1}{6}$.



Entonces, P(6 y 2) = P(6) x P(2) = $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

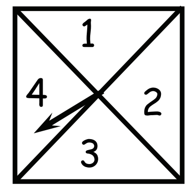
Hay una probabilidad de 1 a 36 de obtener un 6 y luego un 2 en dos tiradas de un dado.

Páginas de Ayuda

Ejemplos Resueltos

Probabilidad (continuación)

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 4 y luego un número mayor que 2 en esta cuadro giratorio [P(4 y mayor que 2)]?



A) Primero, dado que hay 4 números en el cuadro giratorio y solamente uno de ellos es un 4, la probabilidad de obtener un 4 es $\frac{1}{4}$.

B) Dado que hay 4 números en el cuadro giratorio y dos de ellos son mayores que 2, la probabilidad de obtener un 2 es $\frac{2}{4}$.

Entonces, P(2 y mayor que 2) = P(2) x P(mayor que 2) = $\frac{1}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

Hay una probabilidad de 1 en 8 de obtener un 4 y luego un número mayor que 2 en dos.

Ejemplo: En tres tiradas de una moneda, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara, cruz, cara [P(C,Cr,C)]?

A) Primero, dado que hay solamente 2 lados en una moneda y solamente uno de ellos es cara, la probabilidad de obtener cara es de $\frac{1}{2}$.

B) De nuevo, hay solamente 2 lados en una moneda y uno de ellos es cruz. La probabilidad de obtener cruz es de $\frac{1}{2}$.

Entonces, P(C,Cr,C) = P(C) x P(Cr) x P(C) = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Hay una probabilidad de 1 en 8 de obtener cara, cruz, cara en tres tiradas de una moneda.

Notación científica

La notación científica es un método corto para representar números que son o muy grandes o muy pequeños – números que tienen demasiados ceros y que son tediosos para escribir.

Por ejemplo, 5,000,000,000 y 0.000000023 tienen tantos ceros que no es conveniente escribirlos de esta forma. La notación científica remueve los ceros del "marcador de posición" y los representa como potencias de 10.

Los números en notación científica siempre tienen la forma de $c \times 10^n$ donde $1 \leq c < 10$ y n un número entero.

Ejemplos: 5,000,000,000 = 5×10^9 0.000000023 = 2.3×10^{-8}

5,000,000,000

5 000,000,000.

5×10^9

El punto decimal se movió 9 lugares a la izquierda, por lo que el exponente es +9.

1. Primero, identifica el punto decimal. Recuerda, si el punto decimal no aparece, está después del último dígito a la derecha.
2. Mueve el punto decimal (a la derecha o izquierda) hasta que el número sea al menos 1 o menos de 10.
3. Cuenta el número de lugares que moviste el punto decimal. Este es el exponente.
4. Si mueves el pinto decimal hacia la derecha, el exponente será negativo; si lo mueves a la izquierda, el exponente será positivo.
5. Escribe el número multiplicado por 10 a la potencia del número que hallaste.

0.000000023

0.00000002 3

2.3×10^{-8}

El punto decimal se movió 8 lugares a la derecha, por lo tanto el exponente es -8.

"¿Quién sabe?"

¿Grados en un ángulo recto? .... (90°)

¿Un ángulo llano? .... (180°)

¿Un ángulo mayor que 90°? .... (obtuso)

¿Menos de 90°?...................................(agudo)

¿Lados en un cuadrilátero? .... (4)

¿Lados en un octágono?............................ (8)

¿Lados en un hexágono?............................ (6)

¿Lados en un pentágono? .... (5)

¿Lados en un heptágono? .... (7)

¿Lados en un nonágono? .... (9)

¿Lados en un decágono? ....(10)

¿Pulgadas en una yarda?..........................(36)

¿Yardas en una milla? ....(1,760)

¿Pies en una milla? ....(5,280)

¿Centímetros en un metro? .... (100)

¿Cucharaditas en una cuchara? .... (3)

¿Onzas en una libra?................................(16)

¿Libras en una tonelada? ....(2,000)

¿Tazas en una pinta?................................. (2)

¿Pintas en un cuarto de galón? .... (2)

¿Cuartos en un galón? .... (4)

¿Milímetros en un metro?..................(1,000)

¿Años en un siglo? .... (100)

¿Años en una década?..............................(10)

¿Punto de congelación en Celsius? .... (0°C)

¿Punto de ebullición en Celsius? .... (100°C)

¿Punto de congelación en Fahrenheit?(32°F)

¿Punto de ebullición en Fahrenheit?(212°F)

¿Número con 2 factores solamente?.......... (primo)

¿Perímetro? ....(suma los lados)

¿Área? .... (largo x ancho)

¿Volumen? .... (largo x ancho x alto)

¿Área de un paralelogramo? .... (base x alto)

¿Área de un triángulo?.................... ($\frac{1}{2}$ base x alto)

¿Área de un trapezoide? .... ($\frac{base_1 + base_2}{2}$ x alto)

¿Área de la superficie de un prisma rectangular? SA = 2(LW) + 2(WH) + 2(LH)

¿Volumen de un cilindro? .... ($\pi r^2 h$)

¿Área de un círculo?...(πr^2)

¿Circunferencia de un círculo?..........................($d\pi$)

¿Triángulo con lados que no son iguales?(escaleno)

¿Triángulo con 3 lados iguales?...........(equilátero)

¿Triángulo con 2 lados iguales?.............(isósceles)

¿Distancia a través del medio de un círculo? ....(diámetro)

¿La mitad del diámetro?................................(radio)

¿Figures con la misma forma y tamaño? (congruente)

¿Figuras con la misma forma, pero diferentes tamaños? .... (similar)

¿Número que aparece más veces?................(modo)

¿Número en el centro?..............................(mediana)

¿La respuesta de adición? ....(suma)

¿La respuesta en división? ....(cociente)

¿La respuesta en multiplicación? ....(producto)

¿La respuesta en la resta?...................(diferencia)