

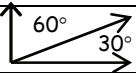
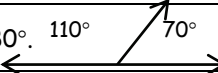


# Pre-Álgebra

**Páginas de Ayuda y  
“¿Quién sabe?”**

## Páginas de Ayuda

## Vocabulario

General	
<b>Absolute Value (valor absoluto)</b>	— la distancia entre un número, $x$ , y cero en una recta numérica; se escribe $ x $ . Ejemplo: $ 5  = 5$ se lee "El valor absoluto de 5 es 5." $ -7  = 7$ se lee "El valor absoluto de -7 es 7."
<b>Composite Number (número compuesto)</b>	— un número con más de 2 factores. Ejemplo: 10 tiene factores de 1, 2, 5 y 10. Diez es un número compuesto.
<b>Exponent (exponente)</b>	— dice el número de veces que una base se multiplica por sí misma. Un exponente se escribe en la parte derecha superior de la base. Ejemplo: $5^3 = 5 \times 5 \times 5$ . El exponente es 3.
<b>Expression (expresión)</b>	— una frase matemática escrita con símbolos. Ejemplo: $2x + 5$ es una expresión.
<b>Factors (factores)</b>	— se multiplican entre ellos para obtener un producto. Ejemplo: 2 y 3 son factores de 6.
<b>Greatest Common Factor (GCF) (máximo común divisor (MCD))</b>	— el factor más grande que tienen en común dos números. Ejemplo: Los factores de 6 son 1, 2, 3, y 6. Los factores de 9 son 1, 3 y 9. El MCD de 6 y 9 es 3.
<b>Integers (números enteros)</b>	— el conjunto de números, positivos o negativos y cero.
<b>Least Common Multiple (LCM) (mínimo común múltiplo (m.c.m.))</b>	— el múltiplo más pequeño que 2 números tienen en común. Ejemplo: Los múltiplos de 3 son 3, 6, 9, 12, 15... Los múltiplos de 4 son 4, 8, 12, 16... El m.c.m. de 3 y 4 es 12.
<b>Multiples (múltiplos)</b>	— se puede dividir equitativamente entre un número. Ejemplo: 5, 10, 15 y 20 son múltiplos de 5.
<b>Prime Factorization (descomposición en factores primos)</b>	— un número, escrito como el producto de sus factores primos. Ejemplo: 140 se puede escribir como $2 \times 2 \times 5 \times 7$ . (Todos son factores primos de 140.)
<b>Square Root (raíz cuadrada)</b>	— un número que al ser multiplicado por sí mismo da otro número. El símbolo para raíz cuadrada es $\sqrt{x}$ . Ejemplo: $\sqrt{49} = 7$ se lee "la raíz cuadrada de 49 es 7."
<b>Prime Number (número primo)</b>	— un número con 2 factores exactos (el número en sí mismo y 1). Ejemplo: 7 tiene factores de 1 y 7. Siete es un número primo.
<b>Term (término)</b>	— los componentes de una expresión, que usualmente se suman o se restan de unos a otros. Ejemplo: La expresión $2x + 5$ tiene dos términos: $2x$ y 5. La expresión $3n^2$ solo tiene un término.
<b>Variable (variable)</b>	— una letra o símbolo en una expresión algebraica que representa un número.
Geometría	
<b>Acute Angle (ángulo agudo)</b>	— un ángulo que mide menos de $90^\circ$ .
<b>Complementary Angles (ángulos complementarios)</b>	— dos ángulos cuyas medidas suman hasta $90^\circ$ . 
<b>Congruent (congruente)</b>	— figuras con la misma forma y el mismo tamaño.
<b>Obtuse Angle (ángulo obtuso)</b>	— un ángulo que mide más de $90^\circ$ .
<b>Right Angle (ángulo recto)</b>	— un ángulo que mide exactamente $90^\circ$ .
<b>Similar (similar)</b>	— figuras que tienen la misma forma pero con tamaños diferentes.
<b>Straight Angle (ángulo llano)</b>	— un ángulo que mide exactamente $180^\circ$ .
<b>Supplementary Angles (ángulos suplementarios)</b>	— dos ángulos cuyas medidas suman hasta $180^\circ$ . 
<b>Surface Area (área de la superficie)</b>	— la suma de las áreas de todas las caras de una figura sólida.

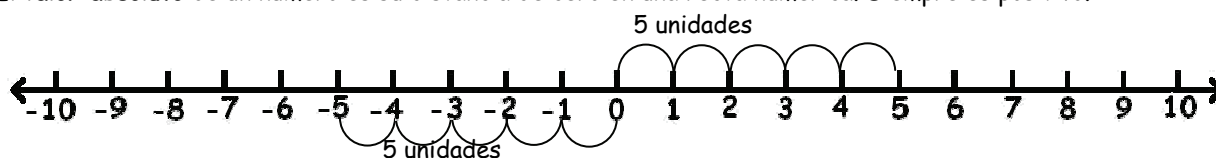


## Páginas de Ayuda

### Ejemplos Resueltos

#### Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número es su distancia de cero en una recta numérica. Siempre es positivo.

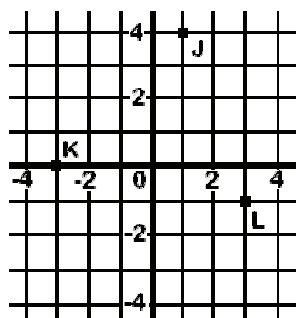
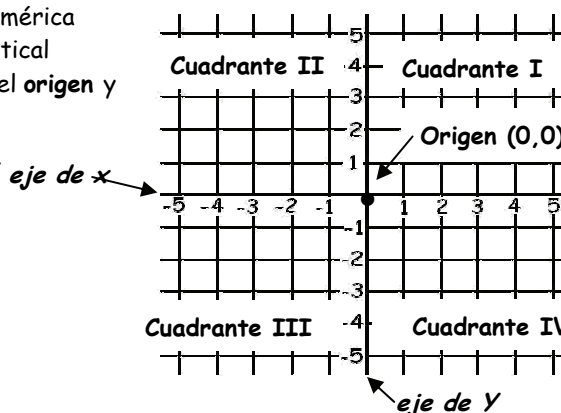


El valor absoluto de  $-5$  y  $+5$  es 5, porque ambos están a 5 unidades del cero. El símbolo para el valor absoluto de  $-5$  es  $|-5|$ . Ejemplos:  $|-3| = 3$ ;  $|8| = 8$ .

#### Gráficas

Un **plano coordinado** se forma al intersecar una recta numérica horizontal, llamada el **eje de  $x$**  y una recta numérica vertical llamada **eje de  $y$** . Los ejes se encuentran  $(0, 0)$ , llamado el **origen** y dividen el plano coordinado en cuatro **cuadrantes**.

Los puntos están representados por **pares ordenados** de números,  $(x, y)$ . El primer número en un par ordenado es el del eje de  $x$ ; el segundo es el del eje de  $y$ . En el punto  $(-4, 1)$ ,  $-4$  está en la coordenada de  $x$  y  $1$  está en la coordenada de  $y$ .



Al hacer una gráfica en un plano coordinado, siempre muévete primero en el eje de  $x$  (izquierda o derecha) y luego muévete en el eje de  $y$  (arriba o abajo).

- Los puntos coordinados de J son  $(1, 4)$ .
- Los puntos coordinados de K son  $(-3, 0)$ .
- Los puntos coordinados de L son  $(3, -1)$ .

#### Decimales

**Sumar y restar decimales** es muy parecido a sumar o restar números enteros. La diferencia principal es que tienes que alinear los puntos decimales de los números antes de empezar.

Ejemplos: Halla la suma de 3.14 y 1.2.

Suma 55.1, 6.472 y 18.33.

$$\begin{array}{r} 3.14 \\ + 1.20 \\ \hline 4.34 \end{array}$$

1. Alinea los puntos decimales. Añade ceros como sea necesario.
2. Suma (o resta) los decimales.
3. Suma (o resta) los números enteros.
4. Baja el punto decimal.

$$\begin{array}{r} 55.100 \\ 6.472 \\ +18.330 \\ \hline 79.902 \end{array}$$

Ejemplos: Resta 3.7 de 9.3.

Halla la diferencia entre 4.1 y 2.88.

$$\begin{array}{r} 9.3 \\ - 3.7 \\ \hline 5.6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.10 \\ - 2.88 \\ \hline 1.22 \end{array}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos (continuación)

## Decimales (continuación)

Al **multiplicar un decimal por un número entero** el proceso es parecido al de multiplicar números enteros.

Ejemplos: Multiplica 3.42 por 4.

$$\begin{array}{r} 3.42 \rightarrow 2 \text{ lugares decimales} \\ \times 4 \rightarrow 0 \text{ lugares decimales} \\ \hline 13.68 \rightarrow \text{Coloca el lugar} \\ \text{decimal para que} \\ \text{haya 2 lugares} \\ \text{decimales.} \end{array}$$

1. Alinea los números en la derecha.
2. Multiplica. Ignora el punto decimal.
3. Coloca el punto decimal en el producto. (El número total de lugares decimales en el producto deben ser iguales al número total de lugares decimales en los factores).

Halla el producto de 2.3 y 2.

$$\begin{array}{r} 2.3 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \times 2 \rightarrow 0 \text{ lugares decimales} \\ \hline 4.6 \rightarrow \text{Coloca el lugar} \\ \text{decimal para que} \\ \text{haya 1 lugar decimal.} \end{array}$$

El proceso para **multiplicar dos lugares decimales** es muy parecido a lo que hicimos anteriormente.

Ejemplos: Multiplica 0.4 por 0.6.

$$\begin{array}{r} 0.4 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \times 0.6 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \hline 0.24 \rightarrow \text{Coloca el lugar decimal} \\ \text{para que haya 2 lugares} \\ \text{decimales.} \end{array}$$

Halla el producto de 2.67 y 0.3.

$$\begin{array}{r} 2.67 \rightarrow 2 \text{ lugares decimales} \\ \times 0.3 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \hline 0.801 \rightarrow \text{Coloca el lugar decimal} \\ \text{para que haya 3 lugares} \\ \text{decimales.} \end{array}$$

A veces es necesario **añadir ceros en el producto** como marcadores de posición para tener el número correcto de lugares decimales.

Ejemplo. Multiplica 0.03 by 0.4.

$$\begin{array}{r} 2 \text{ lugares decimales} \quad \text{—————} \quad 0.03 \\ 1 \text{ lugar decimal} \quad \text{—————} \quad \times 0.4 \\ \hline \text{Coloca el lugar decimal para que haya 3} \quad \text{—————} \quad 0.012 \\ \text{lugares decimales.} \end{array}$$

Necesitamos añadir un cero en frente del 12 para que podamos tener 3 lugares decimales en el producto.

El proceso de **dividir un número decimal entre un número entero** es parecido al de dividir números enteros.

Ejemplos: Divide 6.4 entre 8.

$$\begin{array}{r} 0.8 \\ 8 \overline{)6.4} \\ \underline{-6.4} \\ 0 \end{array}$$

1. Prepara el problema para la división larga.
2. Coloca el lugar decimal en el cociente directamente encima del punto decimal en el dividendo.
3. Divide. Añade ceros como marcadores de posición si es necesario. (Mira los ejemplos a continuación.)

$$\begin{array}{r} 6.9 \\ 3 \overline{)20.7} \\ \underline{-18} \\ 27 \\ \underline{-27} \\ 0 \end{array}$$

Ejemplos: Divide 4.5 entre 6.

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 6 \overline{)4.50} \\ \underline{-4.2} \\ 30 \\ \underline{-30} \\ 0 \end{array}$$

Añade cero(s).

Baja el cero.

Sigue dividiendo.

Halla el cociente de 3.5 y 4.

$$\begin{array}{r} 0.875 \\ 4 \overline{)3.500} \\ \underline{-3.2} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Decimales (continuación)

Al dividir decimales no siempre el residuo es cero. A veces, la división sigue y sigue y el residuo empieza a repetirse. Cuando esto ocurre, al cociente se le llama **decimal periódico**.

Ejemplos: Divide 2 entre 3.

$$\begin{array}{r} 0.\overline{66} \\ 3 \overline{) 2.000} \\ - 18 \downarrow \\ \hline 20 \downarrow \\ - 18 \downarrow \\ \hline 20 \downarrow \end{array}$$

Suma ceros como sea necesario

Divide 10 entre 11.

$$\begin{array}{r} 0.\overline{9090} \\ 11 \overline{) 10.00000} \\ - 99 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ \hline 100 \downarrow \\ - 99 \downarrow \\ \hline 100 \downarrow \end{array}$$

Este patrón (con el mismo residuo) empieza a repetirse.

Para escribir la respuesta final, escribe una barra sobre el cociente en los números que se repiten.

El proceso de **dividir con un número decimal entre un número decimal** es similar a otras divisiones largas que has hecho. La diferencia principal es que tenemos que mover el punto decimal el mismo número de lugares a la derecha en el divisor y en el dividendo.

Ejemplo: Divide: 1.8 entre 0.3.

$$\begin{array}{r} 6. \\ 0.3 \overline{) 1.8} \\ - 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

1. Cambia el divisor a un número entero al mover el punto decimal tantos lugares a la derecha como sea necesario.
2. Mueve el punto decimal en el dividendo el mismo número de lugares a la derecha como hiciste en el divisor.
3. Escribe el punto decimal en el cociente, directamente sobre el punto decimal del dividendo. Divide.

Divide 0.385 entre 0.05.

$$\begin{array}{r} 7.7 \\ 0.05 \overline{) 0.385} \\ - 35 \downarrow \\ \hline 35 \\ - 35 \\ \hline 0 \end{array}$$

## Ecuaciones

Una ecuación consiste en dos expresiones separadas por un signo de igual. Has trabajado con ecuaciones simples durante mucho tiempo:  $2 + 3 = 5$ . Las ecuaciones más complicadas envuelven variables que reemplazan a un número. Para resolver una ecuación como esta debes calcular qué número representa la variable. Un ejemplo simple es cuando  $2 + x = 5$ ,  $x = 3$ . Aquí, la variable,  $x$ , representa 3.

A veces una ecuación no es tan simple. En estos casos, hay un proceso para resolver la variable. No importa cuán complicada sea la ecuación, la meta es trabajar con la ecuación hasta que todos los números estén a un lado y que la variable esté sola al otro lado. Estas ecuaciones requerirán **un solo paso** para resolverlas. Para comprobar tu respuesta, escribe el valor de  $x$  en la ecuación original.

Resolver una **ecuación con una variable en un lado**:

Ejemplo: Resuelve para  $x$ .  $x + 13 = 27$

$$\begin{array}{r} x + 13 = 27 \\ - 13 = -13 \\ \hline x = 14 \end{array}$$

Ejemplo: Resuelve para  $a$ .  $a - 22 = -53$

$$\begin{array}{r} a - 22 = -53 \\ + 22 = +22 \\ \hline a = -31 \end{array}$$

Comprueba:  $-31 - 22 = -53$  ✓ ¡Correcto!

1. Mira la ecuación en el lado que está la variable. Si se suma o se resta un número a la variable, debes quitarlo. En el primer ejemplo 13 se suma a  $x$ .
2. Para eliminar 13, suma su opuesto (-13) a ambos lados de la ecuación.
3. Suma hacia abajo.  $x$  más nada es  $x$ . 13 más -13 es cero. 27 menos -13 es 14.
4. Una vez la variable está sola en un lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice que el valor de  $x$ .  $x = 14$ .

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Ecuaciones (continuación)

En los próximos ejemplos, un número es multiplicado o dividido por la variable (ni suma ni resta).

Ejemplo: Resuelve para  $x$ .  $3x = 39$

$$3x = 39$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{39}{3}$$

$$x = 13$$

Comprueba:  $3(13) = 39$

$$39 = 39 \checkmark \text{ icorrecto!}$$

Ejemplo: Resuelve para  $n$ .  $\frac{n}{6} = -15$

$$\frac{n}{\cancel{6}}(\cancel{6}) = -15(6)$$

$$n = -90$$

Comprueba:  $\frac{-90}{6} = -15$

$$-15 = -15 \checkmark \text{ icorrecto!}$$

1. Mira la ecuación en el lado que está la variable. Si hay un número multiplicado o dividido por la variable, debe ser removido. En el primer ejemplo, 3 es multiplicado por  $x$ .
2. Para eliminar 3, divide ambos lados entre 3. (Divides porque es la operación opuesta a lo que está en la ecuación (multiplicación)).
3. Sigue las reglas de multiplicación o división de números enteros.  $3x$  dividido entre 3 es  $x$ .  $39$  dividido por 3 es trece.
4. Una vez la variable está sola en un lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice que el valor de  $x$ .  $x = 13$ .

El próximo conjunto de ejemplos también tienen una sola variable en un lado de la ecuación. Sin embargo, éstas son un poco más complicadas, porque requieren **dos pasos** para que la variable esté sola.

Ejemplo: Resuelve para  $x$ .  $2x + 5 = 13$

$$2x + 5 = 13$$

$$\frac{-5}{-5} = \frac{-5}{-5}$$

$$2x = 8$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

Comprueba:  $2(4) + 5 = 13$

$$8 + 5 = 13$$

$$13 = 13 \checkmark \text{ icorrecto!}$$

Ejemplo: Resuelve para  $n$ .  $3n - 7 = 32$

$$\frac{+7}{+7} = \frac{+7}{+7}$$

$$3n = 39$$

$$\frac{\cancel{3}n}{\cancel{3}} = \frac{39}{3}$$

$$n = 13$$

Comprueba:  $3(13) - 7 = 32$

$$39 - 7 = 32$$

$$32 = 32 \checkmark \text{ icorrecto!}$$

1. Mira al lado de la ecuación que tiene la variable. Hay un número (2) multiplicado por la variable y hay un número para sumar (5). Ambos deben ser removidos. Siempre empieza por la suma/resta. Para quitar el 5 debemos sumar su opuesto (-5) en ambos lados.
2. Para quitar el 2, divide ambos lados entre 2. (Divides porque es la operación opuesta a la que está en la ecuación (multiplicación)).
3. Sigue la regla para multiplicar o dividir números enteros.  $2x$  dividido entre 2 es  $x$ .  $8$  dividido entre 2 es cuatro.
4. Una vez la variable está sola en un lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice el valor de  $x$ .  $x = 4$ .

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Ecuaciones (continuación)

Estas ecuaciones de múltiples pasos también tienen una variable en un solo lado. Para que la variable esté sola, requiere varios pasos.

Ejemplo: Resuelve para  $x$ .  $3(2x + 3) = 21$

$$\begin{aligned} 3\left(\frac{2x+3}{3}\right) &= \frac{21}{3} \\ 2x+3 &= 7 \\ -3 &= -3 \\ \hline 2x &= 4 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Comprueba:  $3(2(2)+3) = 21$

$$3(4+3) = 21$$

$$3(7) = 21$$

$$21 = 21 \checkmark \text{ ¡correcto!}$$

1. Mira el lado de la ecuación que tiene la variable. Primero, la expresión  $(2x + 3)$  es multiplicada por 3; luego se suma un número (3) sumado a  $2x$ , y hay un número (2) multiplicado por  $x$ . Todos deben ser eliminados. Para eliminar el 3 que está fuera del paréntesis, divide entre 3 en ambos lados. (Divides porque es la operación opuesta a la que está en la ecuación (multiplicación).

2. Para eliminar el 3 dentro del paréntesis, suma su opuesto  $(-3)$  en ambos lados.
3. Elimina el 2 al dividir en ambos lados entre 2.
4. Sigue las reglas de multiplicación o división de números enteros.  $2x$  dividido entre 2 es  $x$ . 4 dividido entre 2 es dos.
5. Una vez la variable esté sola en un solo lado de la ecuación, la ecuación está resuelta. La última línea dice el valor de  $x$ .  $x = 2$ .

Al resolver una **ecuación con una variable en ambos lados**, la meta es igual: llevar a los números a un lado de la ecuación y dejar que la variable esté sola al otro lado.

Ejemplo: Resuelve para  $x$ .  $2x + 4 = 6x - 4$

$$\begin{aligned} 2x+4 &= 6x-4 \\ -2x &= -2x \\ \hline 4 &= 4x-4 \\ +4 &= +4 \\ \hline 8 &= 4x \\ \frac{8}{4} &= \frac{4x}{4} \\ 2 &= x \end{aligned}$$

Comprueba:  $2(2) + 4 = 6(2) - 4$

$$4 + 4 = 12 - 4$$

$$8 = 8 \checkmark \text{ ¡correcto!}$$

1. Dado que hay variables en ambos lados, el primer paso es eliminar el "término de la variable" de uno de los lados, al sumar el opuesto. Para remover  $2x$  de la izquierda, suma  $-2x$  en ambos lados.
2. Hay números para sumar (o restar) en ambos lados. Ahora, elimina el número que se sumó a la variable al sumar su opuesto. Para eliminar  $-4$  de la derecha, suma  $+4$  en ambos lados.
3. La variable todavía tiene un número para ser multiplicado. Este número (4) debe eliminarse al dividir entre 4 en ambos lados.
4. La última línea muestra que el valor de  $x$  es 2.



## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Ecuaciones (continuación)

Ejemplo: Resuelve para  $n$ .  $5n - 3 = 8n + 9$ Comprueba:  $5(-4) - 3 = 8(-4) + 9$ 

$$-20 - 3 = -32 + 9$$

$$-23 = -23 \checkmark \text{ incorrecto!}$$

$$\begin{array}{r} 5n - 3 = 8n + 9 \\ -8n \quad = -8n \\ \hline -3n - 3 = 9 \\ +3 \quad = +3 \\ \hline -3n = 12 \\ \cancel{-3} \quad = \quad \cancel{-3} \\ n = -4 \end{array}$$

## Exponentes

Un **exponente** es un pequeño número a la parte derecha superior de otro número (la base). Los exponentes se usan para mostrar que la base es un factor que se repite.

Ejemplo:  $2^4$  se lee "dos a la cuarta potencia".

base  $\longrightarrow$   $2^4$   $\longleftarrow$  exponente

La base (2) es un factor múltiples veces.

El exponente (4) dice cuántas veces la base es un factor.

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

Ejemplo:  $9^3$  se lee "nueve a la tercera potencia"  $9 \times 9 \times 9 = 729$ 

## Expresiones

Una **expresión** es un número, una variable o cualquier combinación de éstos acompañados por los signos de operaciones matemáticas (+, -, ×, ÷) y símbolos de grupos. Una expresión nunca incluye un signo de igual.

Cinco ejemplos de expresiones son 5,  $x$ ,  $(x + 5)$ ,  $(3x + 5)$ , y  $(3x^2 + 5)$ .**Evaluar una expresión** significa calcular su valor usando variables con valores específicos.Ejemplo: Evalúa  $2x + 3y + 5$  cuando  $x = 2$  y  $y = 3$ .

$$2(2) + 3(3) + 5 = ?$$

$$4 + 9 + 5 = ?$$

$$13 + 5 = 18$$

La expresión tiene un valor de 18.

Ejemplo: Halla el valor de  $\frac{xy}{3} + 2$  cuando  $x = 6$  y  $y = 4$ .

$$\frac{6(4)}{3} + 2 = ?$$

$$\frac{24}{3} + 2 = ?$$

$$8 + 2 = 10$$

La expresión tiene un valor de 10.

1. Para evaluar, escribe los valores de  $x$  y  $y$  en la expresión.
2. Usa las reglas para números enteros para calcular el valor de la expresión.

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Expresiones (continuación)

Algunas expresiones pueden simplificarse. Hay varios procesos para **simplificar una expresión**. Decidir cuál proceso o procesos usar, depende de la expresión en sí misma. Con la práctica, podrás reconocer cuál de los siguientes procesos usar.

La **propiedad distributiva** se usa cuando un término es multiplicado (o dividido entre) una expresión que incluye

o suma o resta.  $a(b + c) = ab + ac$  ó  $\frac{b+c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$

Ejemplo: Simplifica  $3(2x + 5)$ .

$$\begin{aligned} 3(2x + 5) &= \\ 3(2x) + 3(5) &= \\ 6x + 15 & \end{aligned}$$

Ejemplo: Simplifica  $2(7x - 3y + 4)$ .

$$\begin{aligned} 2(7x - 3y + 4) &= \\ 2(7x) + 2(-3y) + 2(+4) &= \\ 14x - 6y + 8 & \end{aligned}$$

1. Dado que 3 es multiplicado por la expresión  $2x + 5$ , el 3 debe ser multiplicado por ambos términos en la expresión.
2. Multiplica 3 por  $2x$  y luego multiplica 3 por  $+5$ .
3. El resultado incluye ambos:  $6x + 15$ . Fíjate que simplificar una expresión no resulta en una respuesta de números solamente, sino que obtienes una expresión más simple.

Expresiones que contienen términos semejantes también puede ser simplificadas. **Los términos semejantes** son aquellos que tienen la misma variable a la misma potencia.  $2x$  y  $-4x$  son términos semejantes;  $3n^2$  y  $8n^2$  son términos semejantes;  $5y$  y  $y$  son términos semejantes;  $3$  y  $7$  son términos semejantes.

Una expresión a veces empieza con términos semejantes. Este proceso para **simplificar expresiones** se llama **combinación de términos semejantes**. Al combinar términos, primero identifica los términos semejantes. Luego, simplemente suma los términos semejantes similares y escribe los resultados juntos para formar una nueva expresión.

Ejemplo: Simplifica  $2x + 5y - 9 + 5x - 3y - 2$ .

Los términos semejantes son  $2x$  y  $+5x$ ,  $+5y$  y  $-3y$ , y  $-9$  y  $-2$ .

$$2x + 5x = +7x, \quad +5y + -3y = +2y, \quad y -9 + -2 = -11.$$

El resultado es  $7x + 2y - 11$ .

Los siguientes ejemplos son un poco más complejos. Es necesario usar primero la propiedad distributiva y luego combinar los términos semejantes.

Ejemplo: Simplifica  $2(3x + 2y + 2) + 3(2x + 3y + 2)$

$$\begin{array}{r} 6x + 4y + 4 \\ +6x + 9y + 6 \\ \hline 12x + 13y + 10 \end{array}$$

Ejemplo: Simplifica  $4(3x - 5y - 4) - 2(3x - 3y + 2)$

$$\begin{array}{r} +12x - 20y - 16 \\ -6x + 6y - 4 \\ \hline 6x - 14y - 20 \end{array}$$

1. Primero, aplica la propiedad distributiva a cada expresión. Escribe los resultados uno encima del otro, alineándolos con los términos similares. Fíjate en los signos de los términos.
2. Luego, suma cada grupo de términos semejantes. Recuerda seguir las reglas para los números enteros.

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Expresiones (continuación)

Otras expresiones que pueden ser simplificadas se escriben como fracciones. **Simplificar** estas expresiones (**fracciones algebraicas**) es parecido a simplificar las fracciones numéricas. Requiere cancelar factores que son comunes en ambos el numerador y el denominador.

Simplifica  $\frac{12x^2yz^4}{16xy^3z^2}$ .

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}} \overset{x}{\cancel{x^2}} \overset{z^2}{\cancel{y}} \overset{z^2}{\cancel{z^4}}}{\underset{4}{\cancel{16}} \overset{y^2}{\cancel{xy^3}} \overset{z^2}{\cancel{z^2}}}$$

$$\frac{\cancel{z} \cdot \cancel{z} \cdot 3 \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{z} \cdot \cancel{z} \cdot \cancel{z} \cdot z}{\cancel{z} \cdot \cancel{z} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y} \cdot y \cdot y \cdot \cancel{z} \cdot \cancel{z}}$$

$$\frac{3xz^2}{4y^2}$$

1. Empieza mirando los numerales en el numerador y el denominador (12 y 16). ¿Cuál es el número más grande por el cual se puede dividir ambos? Cancela este factor (4) fuera de ambos números.
2. Mira la porción de la  $x$  en el numerador y el denominador. ¿Cuál es el número más grande de  $x$  por el cual se puede dividir ambos? Cancela este factor ( $x$ ) fuera de ambos.
3. Haz el mismo proceso con  $y$  y luego  $z$ . Cancela el número más grande de cada uno ( $y$  y  $z^2$ ). Escribe los números que quedan en el numerador o el denominador para tu respuesta.

A menudo, una relación se escribe usando frases verbales (en español). Para que funcionen con la relación, debes **traducir en una expresión algebraica o ecuación**. En la mayoría de los casos, hay palabras claves son de gran ayuda. A continuación, hay algunos ejemplos de frases verbales y sus expresiones algebraicas o ecuaciones correspondientes.

Frase verbalExpresión algebraica

Diez más que un número .....	$x + 10$
La suma de un número y cinco .....	$x + 5$
Un número aumentado por 7.....	$x + 7$
Seis menos que un número .....	$x - 6$
Un número disminuido por nueve .....	$x - 9$
La diferencia entre un número y cuatro .....	$x - 4$
La diferencia entre cuatro y un número .....	$4 - x$
Cinco veces un número .....	$5x$
Ocho veces un número, aumentado por uno .....	$8x + 1$
El producto de un número y seis es doce.....	$6x = 12$
El cociente de un número y 10.....	$\frac{x}{10}$
El cociente de un número y dos, disminuido por cinco.....	$\frac{x}{2} - 5$

En la mayoría de los problemas, el verbo "es" dice que añadas un signo de igual. Cuando trabajas con fracciones y por cientos, la palabra "de" significa multiplicar. Mira el ejemplo a continuación.

La mitad de un número es quince.

Puedes pensarlo como "una mitad por un número es igual a quince".

Cuando está escrito como una ecuación algebraica, es  $\frac{1}{2}x = 15$ .

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Expresiones (continuación)

A veces, necesitas hallar el **máximo común divisor (MCD)** de una expresión algebraica.

Ejemplo: Halla el MCD de  $12x^2yz^3$  y  $18xy^3z^2$ .

1. Primero, halla el MCD de los números (12 y 18). El número más grande que es un factor de ambos es 6.
2. Ahora mira las  $x$ . De los términos de  $x$ , cuál tiene menos  $x$ . Compara  $x^2$  y  $x$ ,  $x$  tiene menos.
3. Ahora mira las  $y$  y luego las  $z$ . De nuevo, de los términos de  $y$ ,  $y$  tiene menos. De los términos de  $z$ ,  $z^2$  tiene menos.
4. EL MCD tiene:  $6xyz^2$ .

$$\underline{12x^2yz^3 \text{ y } 18xy^3z^2}$$

EL MCD de 12 y 18 es 6.

De  $x^2$  y  $x$ , el más pequeño es  $x$ .

De  $y$  y  $y^3$ , el más pequeño es  $y$ .

De  $z^3$  y  $z^2$ , el más pequeño es  $z^2$ .

El MCD es:  $6xyz^2$ .

En otros momentos, necesitas saber el **mínimo común múltiplo (mcm)** de una expresión algebraica.

Ejemplo: Halla el mcm de  $10a^3b^2c^2$  y  $15ab^4c$ .

1. Primero, halla el mcm de los números (10 y 15). El número más bajo en que ambos caben es 30.
2. Ahora mira los términos de  $a$ . ¿Cuál tiene el mayor número de  $a$ ? Compara  $a^3$  y  $a$ ,  $a^3$  tiene la mayoría.
3. Ahora mira las  $b$  y luego las  $c$ . De nuevo, de los términos de  $b$ ,  $b^4$  tiene la mayoría. De los términos de  $c$ ,  $c^2$  tiene la mayoría.
4. El mcm tiene:  $30a^3b^4c^2$ .

$$\underline{10a^3b^2c^2 \text{ y } 15ab^4c}$$

El mcm de 10 y 15 es 30.

De  $a^3$  y  $a$ , el más grande es  $a^3$ .

De  $b^2$  y  $b^4$ , el más grande es  $b^4$ .

De  $c^2$  y  $c$ , el más grande es  $c^2$ .

El mcm es:  $30a^3b^4c^2$ .

## Fracciones

Cuando **sumas fracciones que tienen denominadores diferentes** necesitas cambiar las fracciones para que tengan un denominador común antes que puedas sumarlas.

Halla el **mínimo común múltiplo (mcm)**:

El mcm de las fracciones es el mismo que el mínimo común múltiplo de los denominadores. A veces, el mcm será el producto de los denominadores.

Ejemplo: Halla la suma de  $\frac{3}{8}$  y  $\frac{1}{12}$ .

$$\begin{array}{r} \frac{3}{8} = \frac{9}{24} \\ + \frac{1}{12} = \frac{2}{24} \\ \hline \frac{11}{24} \end{array}$$

1. Primero, halla el mcm de 8 y 12.
2. El mcm de 8 y 12 es 24. Este también es el mcm de estas 2 fracciones.
3. Halla una fracción equivalente para cada una que tenga un denominador de 24.
4. Cuando tengan un denominador común, puedes sumar las fracciones.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8, 12} \\ \underline{2 \phantom{0}, 6} \\ 2 \phantom{0}, 3 \\ \underline{3 \phantom{0}, 3} \\ 1, 1 \end{array} \quad 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

El mcm es 24.

Ejemplo: Suma  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{5}$ .

$$\begin{array}{r} \frac{1}{4} = \frac{5}{20} \\ + \frac{1}{5} = \frac{4}{20} \\ \hline \frac{9}{20} \end{array}$$

$4 \times 5 = 20$  El mcm es 20.

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

Cuando **sumas números mixtos con denominadores distintos** sigue un proceso similar al que usaste con las fracciones anteriores. Asegúrate de escribir tu respuesta en la mínima expresión.

Ejemplo: Halla la suma de  $6\frac{3}{7}$  y  $5\frac{2}{3}$ .

$$\begin{array}{r} 6\frac{3}{7} = 6\frac{9}{21} \\ + 5\frac{2}{3} = 5\frac{14}{21} \\ \hline 11\frac{23}{21} \end{array}$$

(impropia)

$$\frac{23}{21} = 1\frac{2}{21} + 11 = 12\frac{2}{21}$$

- Halla el mcm.
- Halla los numeradores que faltan.
- Suma los números enteros y luego suma las fracciones.
- Asegúrate que tu respuesta está en su mínima expresión.

Cuando **restas números con distintos denominadores**, sigue un proceso similar al que usaste para sumar fracciones. Asegúrate de escribir tu respuesta en la mínima expresión.

Ejemplos: Halla la diferencia de  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{2}{5}$ .

Resta  $\frac{1}{16}$  de  $\frac{3}{8}$ .

$$\begin{array}{r} \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \\ - \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \\ \hline \frac{7}{20} \end{array}$$

- Halla el mcm como hiciste cuando sumaste las fracciones.
- Halla los numeradores que faltan.
- Resta los numeradores y quédate con el denominador común.
- Asegúrate que tu respuesta está en la mínima expresión.

$$\begin{array}{r} \frac{3}{8} = \frac{6}{16} \\ - \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \\ \hline \frac{5}{16} \end{array}$$

Cuando **restas números mixtos con distintos denominadores** sigue un proceso similar al que usaste cuando sumaste números mixtos. Asegúrate de escribir tu respuesta en la mínima expresión.

Ejemplo: Resta  $4\frac{2}{5}$  de  $8\frac{9}{10}$ .

- Halla el mcm.
- Halla los numeradores que faltan.
- Resta y simplifica tu respuesta.

$$\begin{array}{r} 8\frac{9}{10} = 8\frac{9}{10} \\ - 4\frac{2}{5} = 4\frac{4}{10} \\ \hline 4\frac{5}{10} = 4\frac{1}{2} \end{array}$$

A veces, cuando restas números mixtos, tal vez necesites reagrupar. Si el numerador en la fracción superior es más pequeño que el numerador en la fracción inferior, debes tomar prestado del número entero.

Ejemplo: Resta  $5\frac{5}{6}$  de  $9\frac{1}{4}$ .

- Halla el mcm.
- Halla los numeradores que faltan.
- Dado que no puedes restar 10 de 3, necesitas tomar prestado del número entero.
- Cambia el número entero a un número mixto usando el denominador común.
- Suma las 2 fracciones para obtener una fracción impropia.
- Resta el número entero y las fracciones y simplifica tu respuesta.

$$\begin{array}{r} 9\frac{1}{4} = 9\frac{3}{12} = 8\frac{12}{12} + \frac{3}{12} = 8\frac{15}{12} \\ - 5\frac{5}{6} = 5\frac{10}{12} \\ \hline 3\frac{5}{12} \end{array}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

Más ejemplos de restar números mixtos con distintos denominadores:

$$8\frac{1}{2} = 8\frac{2}{4} = 7\frac{4}{4} + \frac{2}{4} = 7\frac{6}{4}$$

$$\begin{array}{r} -4\frac{3}{4} \\ \hline 4\frac{3}{4} \\ \hline 3\frac{3}{4} \end{array}$$

$$10\frac{1}{5} = 10\frac{4}{20} = 9\frac{20}{20} + \frac{4}{20} = 9\frac{24}{20}$$

$$\begin{array}{r} -6\frac{3}{4} = 6\frac{15}{20} \\ \hline 3\frac{9}{20} \end{array}$$

Para **multiplicar fracciones**, simplemente multiplica los numeradores para obtener el numerador del producto. Luego, multiplica los denominadores para obtener del denominador del producto. Asegúrate que tu respuesta esté en su mínima expresión.

Ejemplos: Multiplica  $\frac{3}{5}$  por  $\frac{2}{3}$ .

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

1. Multiplica los numeradores.
2. Multiplica los denominadores.
3. Simplifica tu respuesta.

Multiplica  $\frac{5}{8}$  por  $\frac{4}{5}$ .

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

A veces, puedes usar la cancelación cuando multiplicas fracciones. Veamos otra vez los siguientes ejemplos.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{5} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{2}{5}$$

El 3 tiene un factor común —  
3. Divide ambos entre 3. Dado que  $3 \div 3 = 1$ , tachamos los 3 y escribimos 1 en su lugar.

Ahora, multiplica las fracciones. En el numerador  $1 \times 2 = 2$ . En el denominador  $5 \times 1 = 5$ .

La respuesta es  $\frac{2}{5}$ .

1. ¿Hay números en el numerador y el denominador que tengan factores comunes?
2. Si los hay, elimina los números, divide ambos entre ese factor y escribe el cociente.
3. Luego, multiplica, las fracciones como se describe anteriormente usando los cocientes en vez de los números originales.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2} \times \frac{\underset{1}{\cancel{4}}}{\cancel{5}} = \frac{1}{2}$$

Como en el otro ejemplo, los 5 pueden ser cancelados. Pero allí, el 4 y el 8 también tienen un factor común —  $4 \div 4 = 2$  y  $8 \div 4 = 2$ . Después de cancelar ambos, puedes multiplicar las fracciones.

RECUERDA: ¡Puedes cancelar arriba y abajo o diagonalmente, pero NUNCA hacia los lados!

Al **multiplicar números mixtos** primero debes cambiarlos a fracciones impropias.

Ejemplos: Multiplica  $2\frac{1}{4}$  por  $3\frac{1}{9}$ .

$$2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{9} =$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{4} \times \frac{2\overset{7}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{9}}} = \frac{7}{1} = 7$$

1. Cambia cada número mixto en una fracción impropia.
2. Cancela donde puedas.
3. Multiplica las fracciones.
4. Escribe tu respuesta en la mínima expresión.

Multiplica  $3\frac{1}{8}$  por 4.

$$3\frac{1}{8} \times 4 =$$

$$\frac{25}{\underset{2}{\cancel{8}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{1} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

Para **dividir fracciones** debes tomar el recíproco de la 2<sup>da</sup> fracción y luego multiplicarlo por el recíproco de la 1<sup>a</sup> fracción. ¡No olvides escribir tu respuesta en la mínima expresión!

Ejemplos: Divide  $\frac{1}{2}$  entre  $\frac{7}{12}$ .

$$\frac{1}{2} \div \frac{7}{12} =$$

$$\frac{1}{\cancel{2}^1} \times \frac{\cancel{12}^6}{7} = \frac{6}{7}$$

1. Deja la 1<sup>a</sup> fracción como está.
2. Escribe el recíproco de la 2<sup>da</sup> fracción.
3. Cambia el signo por el de multiplicación.
4. Cancela si puedes y multiplica.
5. Simplifica tu respuesta.

Divide  $\frac{7}{8}$  entre  $\frac{3}{4}$ .

$$\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} =$$

$$\frac{7}{\cancel{8}^2} \times \frac{\cancel{4}^1}{3} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

Al **dividir números mixtos** primero debes cambiarlos a fracciones impropias.

Ejemplos: Divide  $1\frac{1}{4}$  entre  $3\frac{1}{2}$ .

$$1\frac{1}{4} \div 3\frac{1}{2} =$$

$$\frac{5}{4} \div \frac{7}{2} =$$

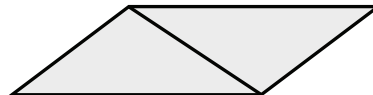
$$\frac{5}{\cancel{4}^2} \times \frac{\cancel{2}^1}{7} = \frac{5}{14}$$

1. Cambia cada número mixto en una fracción impropia.
2. Deja la 1<sup>a</sup> fracción como está.
3. Escribe el recíproco de la 2<sup>da</sup> fracción.
4. Cambia el signo de multiplicación.
5. Cancela si puedes y multiplica.
6. Simplifica tu respuesta.

## Geometría

Para hallar el **área de un triángulo**, primero identifica cualquier triángulo que sea exactamente la mitad de un paralelogramo.

La figura completa es un paralelogramo.

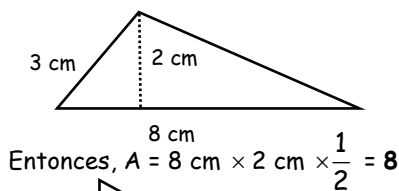


La mitad de toda la figura es un triángulo.

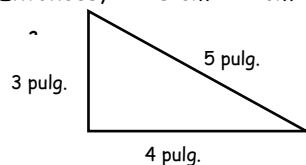
Entonces, el área del triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura.

$$\text{Área del triángulo} = \frac{1}{2}(\text{base} \times \text{altura (h)}) \quad \text{ó} \quad A = \frac{1}{2}bh$$

Ejemplos: Halla el área de los triángulos a continuación.



1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2 cm. La altura siempre es recta y nunca curva.)
3. Multiplícalos y divide entre 2 para hallar el área. (8 cm<sup>2</sup>)



Entonces,  $A = 4 \text{ pulg.} \times 3 \text{ pulg.} \times \frac{1}{2} = 6 \text{ pulg.}^2$ .

La base de este triángulo es 4 pulgadas de largo. Su altura es 3 pulgadas. (¡Recuerda la altura (h) siempre es recta y nunca curva!)

## Páginas de Ayuda

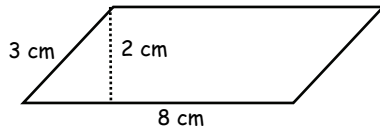
## Ejemplos Resueltos

## Geometría (continuación)

Hallar el **área de un paralelogramo** es similar a hallar el área de cualquier otro cuadrilátero. El área de la figura es igual al largo de su base multiplicado por la altura de la figura.

$$\text{Área del paralelogramo} = \text{base} \times \text{altura (h)} \quad \text{ó} \quad A = b \times h$$

Ejemplo: Halla el área del paralelogramo a continuación.

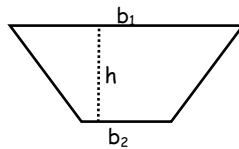


$$\text{Entonces, } A = 8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2.$$

1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2 cm. La altura (h) siempre es recta, nunca curva.)
3. Multiplica para hallar el área. (16 cm<sup>2</sup>)

Hallar el **área de un trapecioide** es un poco diferente a los otros cuadriláteros que hemos visto. Los trapecioides tienen 2 bases con largos diferentes. Para hallar el área, primero halla el promedio de largo de las dos bases. Luego, multiplica el promedio por la altura (h).

$$\text{Área del trapecioide} = \frac{\text{base}_1 + \text{base}_2}{2} \times \text{altura (h)} \quad \text{ó} \quad A = \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right)h$$

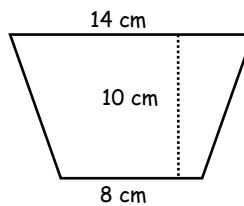


Las bases han sido nombradas  $b_1$  y  $b_2$ .

La altura,  $h$ , es la distancia entre las bases.

Ejemplos: Halla el área del trapecioide a continuación.

1. Suma los largos de las dos bases. (22 cm)
2. Divide la suma entre 2. (11 cm)
3. Multiplica ese resultado por la altura para hallar el área. (110 cm<sup>2</sup>)



$$\frac{14 \text{ cm} + 8 \text{ cm}}{2} = \frac{22 \text{ cm}}{2} = 11 \text{ cm}$$

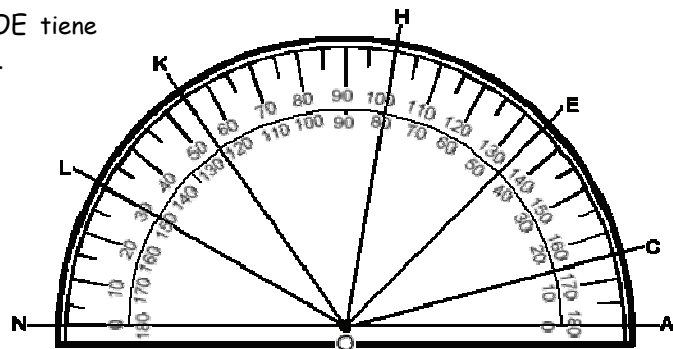
$$11 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 110 \text{ cm}^2 = \text{Área}$$

Para **hallar la medida de un ángulo**, se usa un transportador.

El símbolo para ángulo es  $\angle$ . En el diagrama,  $\angle AOE$  tiene una medida de menos de  $90^\circ$ , por lo tanto es agudo.

Con el centro del transportador en el vértice del ángulo (donde se encuentran dos rayos), Coloca un rayo ( $\overline{OA}$ ) en una de las líneas de "0". Mira el número que el otro rayo ( $\overline{OE}$ ) cruza. Dado que el ángulo es agudo, usa el conjunto de números más bajo. Dado que  $\overline{OE}$  está a la mitad entre 40 y 50, la medida de

$\angle AOE$  es  $45^\circ$ . (Si fuera un ángulo obtuso, se usaría el conjunto de números más grande.)



Mira el  $\angle NOH$ . Es un ángulo obtuso, entonces se usará el conjunto de números más grande. Fíjate que  $\overline{ON}$  está en la línea de "0".  $\overline{OH}$  cruza a través de la marca de 100. Entonces, la medida de  $\angle NOH$  es  $100^\circ$ .



## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

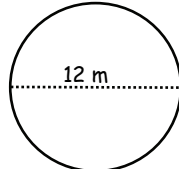
**Geometría (continuación)**

La **circunferencia de un círculo** es la distancia alrededor del exterior del círculo. Antes de que puedas hallar la circunferencia de un círculo, debes saber su radio o su diámetro. También, debes saber el valor de la constante  $\pi$  ( $\pi$ ).  $\pi = 3.14$  (redondeada a la centésima más cercana).

Una vez tengas esta información, la circunferencia puede hallarse al multiplicar el diámetro por  $\pi$ .

$$\text{Circunferencia} = \pi \times \text{diámetro} \quad \text{ó} \quad C = \pi d$$

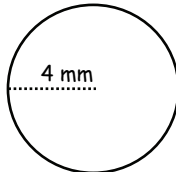
Ejemplos: Halla la circunferencia de los círculos a continuación.



Entonces,  $C = 12 \text{ m} \times 3.14 = \mathbf{37.68 \text{ m}}$ .

1. Halla el largo del diámetro. (12 m)
2. Multiplica el diámetro por  $\pi$ . ( $12\text{m} \times 3.14$ )
3. El producto es la circunferencia. (37.68 m)

A veces, el radio de un círculo es dado, en vez del diámetro. Recuerda, el radio de cualquier círculo es exactamente la mitad del diámetro. Si un círculo tiene un radio de 3 pies, el diámetro es de 6 pies.



Entonces,  $C = 8 \text{ mm} \times 3.14 = \mathbf{25.12 \text{ mm}}$ .

Dado que el radio es 4 mm, el diámetro debe ser 8 mm.

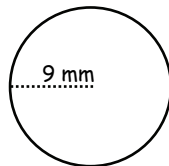
Multiplica el diámetro por  $\pi$ . ( $8 \text{ mm} \times 3.14$ )

El producto es la circunferencia. (25.12 mm)

Al halla el **área de un círculo**, se eleva al cuadrado el largo del radio (multiplicado por sí mismo) y luego esta respuesta se multiplica por la constante,  $\pi$  ( $\pi$ ).  $\pi = 3.14$  (redondeada a la centésima más cercana).

$$\text{Área} = \pi \times \text{radio} \times \text{radio} \quad \text{ó} \quad A = \pi r^2$$

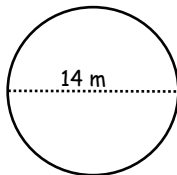
Ejemplos: Halla el área de los círculos a continuación.



Entonces,  $A = 9 \text{ mm} \times 9 \text{ mm} \times 3.14 = \mathbf{254.34 \text{ mm}^2}$ .

1. Halla el largo del radio. (9 mm)
2. Multiplica el radio por sí mismo. ( $9 \text{ mm} \times 9 \text{ mm}$ )
3. Multiplica el producto por  $\pi$ . ( $81 \text{ mm}^2 \times 3.14$ )
4. El resultado es el área. ( $254.34 \text{ mm}^2$ )

A veces, el diámetro de un círculo es dado en vez del radio. Recuerda, el diámetro de cualquier círculo es exactamente el doble del radio. Si un círculo tiene un diámetro de 6 pies, su radio es de 3 pies.



Entonces,  $A = (7 \text{ m})^2 \times 3.14 = \mathbf{153.86 \text{ m}^2}$ .

Dado que el diámetro es 14 m, el radio debe ser 7 m.

Eleva el radio al cuadrado. ( $7 \text{ m} \times 7 \text{ m}$ )

Multiplica ese resultado por  $\pi$ . ( $49 \text{ m}^2 \times 3.14$ )

El producto es el área. ( $153.86 \text{ m}^2$ )

## Páginas de Ayuda

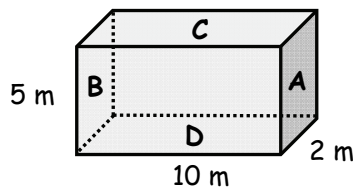
## Ejemplos Resueltos

## Geometría (continuación)

Para hallar el **área de la superficie** de una figura sólida, primero es necesario contar el número total de caras. Luego, halla el área de cada una de las caras, finalmente, suma las áreas de cada cara. Esa suma es el área de la superficie de la figura.

Aquí, el enfoque será **hallar el área de la superficie de un prisma rectangular**. Un prisma rectangular tiene 6 caras. En realidad, las caras opuestas son idénticas, por lo que esta figura tiene 3 pares de caras. También, un prisma tiene solo 3 dimensiones: Largo, ancho (W) y alto (h).

Este prisma tiene idénticos el lado izquierdo y el derecho (A y B), parte superior e inferior idénticas (C y D) y frente y dorso idénticos (sin identificar).



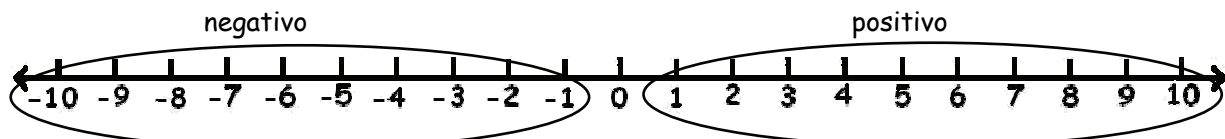
1. Halla el área del frente:  $L \times W$ . ( $10 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 50 \text{ m}^2$ ) Dado que el dorso es idéntico, el área es igual.
2. Halla el área de la parte superior (C):  $L \times H$ . ( $10 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 20 \text{ m}^2$ ) Dado que la parte inferior (D) es idéntica, su área es la misma.
3. Halla el área del lado A:  $W \times H$ . ( $2 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 10 \text{ m}^2$ ) Dado que el lado B es idéntico, su área es la misma.
4. Suma las áreas de las 6 caras.  
( $10 \text{ m}^2 + 10 \text{ m}^2 + 20 \text{ m}^2 + 20 \text{ m}^2 + 50 \text{ m}^2 + 50 \text{ m}^2 = 160 \text{ m}^2$ )

El área de la superficie de un prisma rectangular =  $2(\text{largo} \times \text{ancho } (W)) + 2(\text{largo} \times \text{alto } (H)) + 2(\text{ancho } (W) \times \text{alto } (H))$

$$\text{ó } AS = 2LW + 2LH + 2WH$$

## Números enteros

Los números enteros incluyen los números de conteo, sus opuestos (en números negativos) y cero.



Los números negativos están a la izquierda del cero.

Los números positivos están a la derecha del cero.

Al **ordenar los números enteros**, se organizan del menor al mayor. Mientras más a la derecha está un número, mayor es su valor. Por ejemplo, 9 está más a la derecha que 2, por lo que 9 es mayor que 2.

De la misma forma, -1 está más a la derecha que -7, por lo tanto -1 es mayor que -7.

Ejemplos: Ordena estos números enteros de **menor a mayor**: -10, 9, -25, 36, 0

Recuerda, el número menor será el que está más a la extrema izquierda en la recta numérica, -25, luego -10, luego 0. Le sigue 9 y finalmente 36.

Respuesta: -25, -10, 0, 9, 36

Organiza estos números enteros de **mayor a menor**: -94, -6, -24, -70, -14

Ahora, el valor más grande (el que está más a la derecha) irá primero y el valor más pequeño (el más lejos a la izquierda) irá al final.

Respuesta: -6, -14, -24, -70, -94

## Páginas de Ayuda

### Ejemplos Resueltos

#### Números enteros (continuación)

Las reglas para llevar a cabo operaciones (+, -, ×, ÷) con números enteros son muy importantes y deben ser memorizadas.

##### Las reglas de suma para números enteros:

1. Cuando los signos son iguales, suma los números y mantén el mismo signo. Cuando los signos son diferentes, resta los números y usa el signo del número mayor.

$$\begin{array}{r} +33 \\ ++19 \\ \hline +52 \end{array} \quad \begin{array}{r} -23 \\ +-19 \\ \hline -39 \end{array} \quad \begin{array}{r} +35 \\ +-21 \\ \hline +14 \end{array} \quad \begin{array}{r} -55 \\ ++27 \\ \hline -28 \end{array}$$

##### Las reglas de resta para números enteros:

Cambia el signo del segundo número y suma (sigue la regla para la suma de números enteros que aparece anteriormente).

$$\begin{array}{r} +56 \\ --26 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{aplica la regla}} \begin{array}{r} +56 \\ ++26 \\ \hline +82 \end{array} \quad \begin{array}{r} +48 \\ -+23 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{aplica la regla}} \begin{array}{r} +48 \\ +-23 \\ \hline +25 \end{array}$$

¡Fíjate que en cada problema de resta se convierte en un problema de suma, cuando usas esta regla!

##### La regla de multiplicación para números enteros:

1. Cuando los signos son iguales, la respuesta es positiva (+).

$$\begin{array}{l} +7 \times +3 = +21 \\ +18 \div +6 = +3 \end{array} \quad \begin{array}{l} -7 \times -3 = +21 \\ -18 \div -6 = +3 \end{array}$$

2. Cuando los signos son diferentes, la respuesta es negativa (-).

$$\begin{array}{l} +7 \times -3 = -21 \\ -18 \div +6 = -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} -7 \times +3 = -21 \\ +18 \div -6 = -3 \end{array}$$

+	×	+	=	+
-		-		+
+		-		-
-		+		-
+	÷	+	=	+
-		-		+
+		-		-
-		+		-

#### Proporción

La **proporción** es una afirmación de que dos ratios son iguales el uno con el otro. Hay dos formas de resolver una proporción, cuando falta un número.

1. Una forma de resolver la proporción conoces. Puedes usar el método de fracciones.

$$\begin{array}{c} \times 8 \\ \frac{5}{8} = \frac{n}{64} \\ \times 8 \end{array}$$

$n = 40$ .  
Entonces,  $\frac{5}{8} = \frac{40}{64}$ .

2. Otra forma de resolver la proporción ya la es al usar productos cruzados equivalencia de

##### Para usar productos cruzados:

1. Multiplica hacia abajo en cada diagonal.
2. Haz que el producto de cada diagonal sea igual al otro.
3. Resuelve para la variable que falta.

$$\begin{array}{c} \frac{14}{20} = \frac{21}{n} \\ 20 \times 21 = 14 \times n \\ 420 = 14n \\ \frac{420}{14} = \frac{14n}{14} \\ 30 = n \end{array}$$

Entonces,  $\frac{14}{20} = \frac{21}{30}$ .

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Por ciento

Al cambiar de una fracción a por ciento, un decimal a un por ciento o de por ciento a una fracción o decimal, es de mucha ayuda que uses una tabla de FDP (Fracción, Decimal, Por ciento).

Para cambiar **una fracción y/o decimal en por ciento**, primero halla una fracción equivalente que tenga un 100 en el denominador. Una vez hayas encontrado el denominador, puedes escribirlo fácilmente en un decimal. Para cambiar ese decimal en por ciento, mueve el punto decimal dos lugares a la derecha y añade un signo de %.

Ejemplo: Cambia  $\frac{2}{5}$  en un por ciento y luego en un decimal.

- Halla una fracción equivalente que tenga un 100 en el denominador.
- De anterior fracción equivalente, puedes hallar fácilmente el punto decimal. Di el nombre de la fracción "cuarenta centésimas". Escribe esto como un decimal.
- Para cambiar 0.40 en por ciento, mueve el decimal dos lugares a la derecha. Añade el signo de %.

F	D	P
$\frac{2}{5}$		
F	D	P
$\frac{2}{5} = \frac{?}{100}$	0.40	
F	D	P
$\frac{2}{5} = \frac{40}{100}$	0.40	40%

$$\begin{array}{c} \times 20 \\ \curvearrowright \\ \frac{2}{5} = \frac{?}{100} \\ \curvearrowleft \\ \times 20 \end{array}$$

$$? = 40$$

$$\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 0.40$$

$$0.\underline{40} = 40\%$$

Cuando cambies de **por ciento a decimal o fracción**, el proceso es similar al que usaste anteriormente. Escribe el por ciento como una fracción con un denominador de 100; reduce esta fracción. Regresa al por ciento, mueve el punto decimal 2 lugares hacia la izquierda. Este es el decimal.

Ejemplo: Escribe 45% como fracción y luego como decimal.

- Comienza con el por ciento. (45%) Escribe una fracción donde el denominador es 100 y el numerador es el "por ciento".  $\frac{45}{100}$
- Debes reducir esta fracción. La fracción reducida es  $\frac{9}{20}$ .
- Vuelve al por ciento. Mueve el punto decimal dos lugares a la izquierda para cambiarlo a decimal.

$$45\% = \frac{45}{100}$$

$$\frac{45(\div 5)}{100(\div 5)} = \frac{9}{20}$$

$$45\% = \underline{.45}$$

Cuando cambias de **decimal a por ciento o fracción**, de nuevo, el proceso es similar al que usamos anteriormente. Empieza con el decimal. Mueve el punto decimal 2 lugares a la derecha y añade un signo de %. Regresa al decimal. Escríbelo como una fracción y reduce.

Ejemplo: Escribe 0.12 como por ciento y luego como fracción.

- Empieza con el decimal. (0.12) Mueve el punto decimal dos lugares a la derecha y cámbialo a por ciento.
- Regresa al decimal y escribe como fracción. Reduce esta fracción.

$$0.\underline{12} = 12\%$$

$$0.12 = \text{doce centésimas}$$

$$= \frac{12}{100} = \frac{12(\div 4)}{100(\div 4)} = \frac{3}{25}$$

### Probabilidad compuesta

La **probabilidad de dos o más eventos independientes** sucediendo al mismo tiempo puede ser determinada al multiplicar a la vez las probabilidades individuales. El producto se llama **probabilidad compuesta**.

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$$

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6 y luego un 2 en dos tiradas de un dado [  $P(6 \text{ y } 2)$  ]?

A) Primero, dado que hay 6 números en un dado y solamente uno

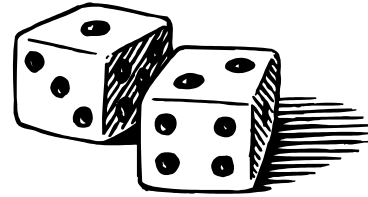
de ellos es un 6, la probabilidad de obtener un 6 es de  $\frac{1}{6}$ .

B) Dado que hay 6 números en un dado y solamente uno de

ellos es un 2, la probabilidad de obtener un 2 es  $\frac{1}{6}$ .

$$\text{Entonces, } P(6 \text{ y } 2) = P(6) \times P(2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}.$$

Hay una probabilidad de 1 a 36 de obtener un 6 y luego un 2 en dos tiradas de un dado.



Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 4 y luego un número mayor que 2 en esta cuadro giratorio [  $P(4 \text{ y mayor que } 2)$  ]?

A) Primero, dado que hay 4 números en el cuadro giratorio y solamente uno de

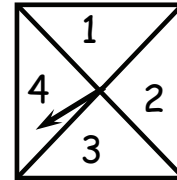
ellos es un 4, la probabilidad de obtener un 4 es  $\frac{1}{4}$ .

B) Dado que hay 4 números en el cuadro giratorio y dos de ellos son mayores

que 2, la probabilidad de obtener un 2 es  $\frac{2}{4}$ .

$$\text{Entonces, } P(2 \text{ y mayor que } 2) = P(2) \times P(\text{mayor que } 2) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}.$$

Hay una probabilidad de 1 en 8 de obtener un 4 y luego un número mayor que 2 en dos en un cuadro giratorio.



Ejemplo: En tres tiradas de una moneda, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara, cruz, cara [  $P(C, Cr, C)$  ]?

A) Primero, dado que hay solamente 2 lados en una moneda y

solamente uno de ellos es cara, la probabilidad de obtener cara es de  $\frac{1}{2}$ .

B) De nuevo, hay solamente 2 lados en una moneda y uno de ellos es

cruz. La probabilidad de obtener cruz es de  $\frac{1}{2}$ .

$$\text{Entonces, } P(C, Cr, C) = P(C) \times P(Cr) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Hay una probabilidad de 1 en 8 de obtener cara, cruz, cara en tres tiradas de una moneda.



## "¿Quién sabe?"

- ¿Grados en un ángulo recto? ..... (90°)
- ¿Un ángulo llano? ..... (180°)
- ¿Un ángulo mayor que 90°? ..... (obtuso)
- ¿Menos de 90°? ..... (agudo)
- ¿Lados en un cuadrilátero? ..... (4)
- ¿Lados en un octágono? ..... (8)
- ¿Lados en un hexágono? ..... (6)
- ¿Lados en un pentágono? ..... (5)
- ¿Lados en un heptágono? ..... (7)
- ¿Lados en un nonágono? ..... (9)
- ¿Lados en un decágono? ..... (10)
- ¿Pulgadas en una yarda? ..... (36)
- ¿Yardas en una milla? ..... (1,760)
- ¿Pies en una milla? ..... (5,280)
- ¿Centímetros en un metro? ..... (100)
- ¿Cucharaditas en una cuchara? ..... (3)
- ¿Onzas en una libra? ..... (16)
- ¿Libras en una tonelada? ..... (2,000)
- ¿Tazas en una pinta? ..... (2)
- ¿Pintas en un cuarto de galón? ..... (2)
- ¿Cuartos en un galón? ..... (4)
- ¿Milímetros en un metro? ..... (1,000)
- ¿Años en un siglo? ..... (100)
- ¿Años en una década? ..... (10)
- ¿Punto de congelación en Celsius? ..... (0°C)
- ¿Punto de ebullición en Celsius? ..... (100°C)
- ¿Punto de congelación en Fahrenheit? (32°F)
- ¿Punto de ebullición en Fahrenheit? (212°F)
- ¿Número con 2 factores solamente? ..... (primo)
- ¿Perímetro? ..... (suma los lados)
- ¿Área? ..... (largo x ancho)
- ¿Volumen? ..... (largo x ancho x alto)
- ¿Área de un paralelogramo? ..... (base x alto)
- ¿Área de un triángulo? ..... ( $\frac{1}{2}$  base x alto)
- ¿Área de un trapecioide? .....  
..... ( $\frac{base_1 + base_2}{2}$  x alto)
- ¿Área de la superficie de un prisma rectangular? ...  
SA = 2(LW) + 2(WH) + 2(LH)
- ¿Área de un círculo? ..... ( $\pi r^2$ )
- ¿Circunferencia de un círculo? ..... (d $\pi$ )
- ¿Triángulo con lados que no son iguales? (escaleno)
- ¿Triángulo con 3 lados iguales? ..... (equilátero)
- ¿Triángulo con 2 lados iguales? ..... (isósceles)
- ¿Distancia a través del medio de un círculo?  
..... (diámetro)
- ¿La mitad del diámetro? ..... (radio)
- ¿Figuras con la misma forma y tamaño? (congruente)
- ¿Figuras con la misma forma, pero diferentes  
tamaños? ..... (similar)
- ¿Número que aparece más veces? ..... (modo)
- ¿Número en el centro? ..... (mediana)
- ¿La respuesta de adición? ..... (suma)
- ¿La respuesta en división? ..... (cociente)
- ¿La respuesta en multiplicación? ..... (producto)
- ¿La respuesta en la resta? ..... (diferencia)