



# Intermedio A

**Páginas de Ayuda y  
“¿Quién sabe?”**

## Páginas de Ayuda

## Vocabulario

Operaciones aritméticas
<b>Difference (diferencia)</b> — el resultado o la respuesta a un problema de resta. La diferencia entre 5 y 1 es 4.
<b>Product (producto)</b> — el resultado o la respuesta a un problema de multiplicación. Ejemplo: El producto de 5 y 3 es 15.
<b>Quotient (cociente)</b> — el resultado o la respuesta a un problema de división. Ejemplo: El cociente de 8 entre 2 es 4.
<b>Sum (suma)</b> — el resultado o respuesta un problema de adición. Ejemplo: La suma de 5 y 2 es 7.
Factores y múltiplos
<b>Factors (factores)</b> — se multiplican entre ellos para obtener un producto. Ejemplo: 2 y 3 son factores de 6.
<b>Multiples (múltiplos)</b> — se puede dividir equitativamente entre un número. Ejemplo: 5, 10, 15 y 20 son múltiplos de 5.
<b>Composite Number (número compuesto)</b> — un número con más de 2 factores. Ejemplo: 10 tiene factores de 1, 2, 5 y 10. Diez es un número compuesto.
<b>Prime Number (número primo)</b> — un número con 2 factores exactos (el número en sí mismo y 1). Ejemplo: 7 tiene factores de 1 y 7. Siete es un número primo.
<b>Greatest Common Factor (GCF) (máximo común divisor (MCD))</b> — el factor más grande que tienen en común dos números. Ejemplo: Los factores de 6 son 1, 2, 3, y 6. Los factores de 9 son 1, 3 y 9. El MCD de 6 y 9 es 3.
<b>Least Common Multiple (LCM) (mínimo común múltiplo (mcm))</b> — el múltiplo más pequeño que 2 números tienen en común. Ejemplo: Múltiplos de 3 son 3, 6, 9, 12, 15... Múltiplos de 4 are 4, 8, 12, 16... El mcm de 3 y 4 es 12.
<b>Prime Factorization (descomposición en factores primos)</b> — un número, escrito como el producto de sus factores primos. Ejemplo: 140 se puede escribir como $2 \times 2 \times 5 \times 7$ . (Todos son factores primos de 140.)
Fracciones y decimales
<b>Improper Fraction (fracción impropia)</b> — una fracción en la cual el numerador es más grande que el denominador. Ejemplo: $\frac{9}{4}$
<b>Mixed Number (número mixto)</b> — la suma de un número entero y una fracción. Ejemplo: $5\frac{1}{4}$
<b>Reciprocal (recíproco)</b> — una fracción donde se intercambian el numerador y el denominador. El producto de una fracción y su recíproco siempre es 1. Ejemplo: El recíproco de $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$ . $\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$
<b>Repeating Decimal (decimal periódico)</b> — un decimal en el cual un número o una serie de números continúa sin fin. Ejemplo: 2.33333333, 4.151515151515, 7.125555555, etc.
Geometría
<b>Acute angle (ángulo agudo)</b> — un ángulo que mide menos de $90^\circ$ .
<b>Congruent (congruente)</b> — figuras con la misma forma y tamaño.
<b>Obtuse Angle (ángulo obtuso)</b> — un ángulo que mide más de $90^\circ$ .
<b>Right Angle (ángulo recto)</b> — un ángulo que mide exactamente $90^\circ$ .
<b>Similar (similar)</b> — figuras que tienen la misma forma, pero diferentes tamaños.
<b>Straight Angle (ángulo llano)</b> — un ángulo que mide exactamente $180^\circ$ .



## Páginas de Ayuda

### Vocabulario (continuación)

Estadística	
<p><b>Mean (media)</b> — el promedio de un grupo de números. La media se halla al buscar la suma de un grupo de números y luego dividir la suma entre el número de miembros en el grupo.</p> <p>Ejemplo: El promedio de 12, 18, 26, 17 y 22 es 19. <math>\frac{12 + 18 + 26 + 17 + 22}{5} = \frac{95}{5} = 19</math></p>	
<p><b>Median (mediana)</b> — el valor medio en un grupo de números. La mediana se halla al hacer una lista de los números en orden de menor a mayor y encontrando el que está en medio de la lista. Si en el grupo hay un número par de miembros, la mediana es el promedio entre los dos números en el centro.</p> <p>Ejemplo: La mediana de 14, 17, 24, 11 y 26 es 17. 11, 14, 17, 24, 26</p> <p>La mediana de 77, 93, 85, 95, 70 y 81 es 83. 70, 77, 81, 85, 93, 95 <math>\frac{81 + 85}{2} = 83</math></p>	
<p><b>Modo (modo)</b> — el número que aparece más a menudo en un grupo de números. El modo se halla al contar cuántas veces cada número aparece en la lista. El número que aparece más que el otro es el modo. Algunos grupos de números tienen más de un modo.</p> <p>Ejemplo: El modo de 77, 93, 85, 93, 77, 81, 93 y 71 es 93. (93 es el modo porque aparece más veces que los otros).</p>	

### Valor posicional

Números enteros	
8, 9 6 3, 2 7 1, 4 0 5	
Mil millones Centenas de millones Decenas de millones Millones Centenas de millares Decenas de millares Millares Centenas Decenas Unidades	
<p>El número anterior es el siguiente: ocho mil millones, novecientos sesenta y tres millones, doscientos setenta y un mil, cuatrocientos cinco.</p>	
Números decimales	
1 7 8 . 6 4 0 5 9 2	
Centenas Decenas Unidades Punto decimal → Décimas Centésimas Milésimas Diezmilésimas Cienmilésimas Millonésimas	
<p>El número anterior es el siguiente: ciento setenta y ocho y seiscientos cuarenta mil quinientos noventa y dos millonésimas.</p>	

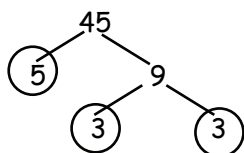
## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Factores y múltiplos

La **descomposición en factores primos** de un número es cuando un número se escribe como producto de sus factores primos. Un árbol de factores te ayuda a encontrar los factores primos de un número.

Ejemplo: Usa el árbol de factores para hallar los factores primos de 45.



1. Halla cualesquiera 2 factores de 45 (5 y 9).
2. Si un factor es primo, circúlalo. Si no es un factor primo, halla 2 factores para éste.
3. Continúa hasta que todos los factores sean primos.
4. En la respuesta final, los factores primos aparecen listados en orden, de menor a mayor, usando exponentes cuando sea necesario.

La descomposición en factores primos de 45 es  $3 \times 3 \times 5$  ó  $3^2 \times 5$ .

El **máximo común divisor (MCD)** es el factor más grande que 2 números tienen en común.

Ejemplo: Halla el máximo común divisor de 32 y 40.

Los factores de 32 son 1, 2, 4, 8, 16, 32

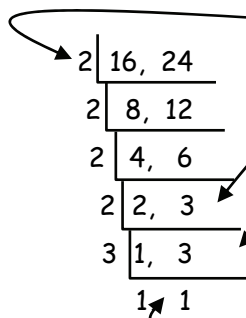
Los factores de 40 son 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

El MCD de 32 y 40 es 8.

1. Primero, lista los factores de cada número.
2. Halla el número más grande que está en ambas listas.

El **mínimo común múltiplo (mcm)** es el múltiplo más pequeño que dos números tienen en común. Los factores primos de los números pueden ayudarte a hallar el mcm.

Ejemplo: Halla el mínimo común múltiplo de 16 y 24.



1. Si uno de los números es par, factoriza un 2.
2. Continúa factorizando con 2 hasta que los números que queden sean impares.
3. Si el número primo no puede ser dividido por igual entre el número, simplemente baja el número.
4. Una vez te quedan 1 al final, ¡has terminado!
5. Multiplica todos los números primos (a la izquierda del corchete) para hallar el mínimo común múltiplo.

El mcm es  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$  ó 48.

## Fracciones

**Cambiar de una fracción impropia a un número mixto.**

Ejemplo: Cambia la fracción impropia  $\frac{5}{2}$  a un número mixto.

$\frac{5}{2}$  (cinco mitades) significa  $5 \div 2$ .

Por lo tanto,  $\frac{5}{2}$  es igual a 2 enteros y 1 mitad ó  $2\frac{1}{2}$ .

$$\begin{array}{r} \text{enteros} \\ 2 \overline{)5} \\ \underline{-4} \\ \text{mitad} \quad \underline{\quad} \\ 1 \end{array}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

**Cambiar de un número mixto a una fracción impropia.**

Ejemplo: Cambia el número mixto  $7\frac{1}{4}$  en una fracción impropia.

1. Vas a crear una fracción nueva. Para hallar el numerador de la nueva fracción multiplica todo el número por el denominador y añade el numerador.
2. Quédate con el mismo denominador en tu nueva fracción como tenías en el número mixto.

$$7\frac{1}{4} \quad 7 \times 4 = 28 \quad 28 + 1 = 29.$$

El nuevo numerador es 29.

Quédate con el mismo denominador, 4.

La nueva fracción es  $\frac{29}{4}$ .

$$7\frac{1}{4} \text{ es igual a } \frac{29}{4}.$$

**Las fracciones equivalentes** son 2 fracciones que son iguales. Usualmente, encontrarás un numerador o denominador que falta.

Ejemplo: Halla la fracción que sea equivalente a  $\frac{4}{5}$  y que tenga un denominador de 35.

$$\frac{4}{5} = \frac{?}{35}$$

$\begin{array}{c} \times 7 \\ \curvearrowright \\ \frac{4}{5} = \frac{?}{35} \\ \curvearrowleft \\ \times 7 \end{array}$

1. Pregúntate, "¿Qué hago con 5 para obtener 35?" (Multiplicar por 7.)
2. Lo que hagas en el denominador tienes que hacerlo con el numerador.  
 $4 \times 7 = 28$  El numerador que falta es 28.

Por lo tanto,  $\frac{4}{5}$  es equivalente a  $\frac{28}{35}$ .

Ejemplo: Halla una fracción que sea equivalente a  $\frac{4}{5}$  y que tenga un numerador de 24.

$$\frac{4}{5} = \frac{?}{?}$$

$\begin{array}{c} \times 6 \\ \curvearrowright \\ \frac{4}{5} = \frac{?}{?} \\ \curvearrowleft \\ \times 6 \end{array}$

1. Pregúntate, "¿Qué hago con 4 para obtener 24?" (Multiplicar por 6.)
2. Lo que hagas en el denominador tienes que hacerlo con el numerador.  
 $5 \times 6 = 30$  El numerador que falta es 30.

Por lo tanto,  $\frac{4}{5}$  es equivalente a  $\frac{24}{30}$ .

**Comparar fracciones** significa mirar 2 o más fracciones y determinar si son equivalente, si una es mayor que ( $>$ ) que otra, o si una es menor que ( $<$ ) otra. Una simple forma de comparar fracciones es al multiplicar cruzado, siguiendo los pasos a continuación.

Ejemplos: Compara estas fracciones. Usa el símbolo correcto.  $\frac{8}{9} \bigcirc \frac{3}{4}$        $\frac{7}{9} \bigcirc \frac{6}{7}$

$$\frac{8}{9} \bigcirc \frac{3}{4}$$

$\begin{array}{c} 32 \quad > \quad 27 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{8}{9} \bigcirc \frac{3}{4} \end{array}$

$$\frac{7}{9} \bigcirc \frac{6}{7}$$

$\begin{array}{c} 49 \quad < \quad 54 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{7}{9} \bigcirc \frac{6}{7} \end{array}$

Entonces,  $\frac{8}{9} > \frac{3}{4}$  y  $\frac{7}{9} < \frac{6}{7}$ .

1. Empieza con el denominador a la izquierda y multiplica por el numerador opuesto. Escribe la respuesta (producto) sobre el lado en que terminaste. ( $9 \times 3 = 27$ )
2. Multiplica cruzado el otro denominador y escribe la respuesta encima de donde terminaste.
3. Compara las dos respuestas e inserta el símbolo.

PISTA: ¡Siempre multiplica diagonal y hacia arriba!

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

Para **sumar (o restar) fracciones con el mismo denominador**, simplemente suma (o resta) los numeradores, dejando el mismo denominador.

Ejemplos:  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

Para **sumar números mixtos**, sigue un proceso similar al que usas con las fracciones. Si la suma es una fracción impropia, simplifícala.

Ejemplo:  $+1\frac{4}{5}$   
 $\frac{6}{5}$

$2\frac{6}{5}$  es impropia.  $\frac{6}{5}$  puede escribirse como  $1\frac{1}{5}$ .

Por lo tanto,  $2\frac{6}{5}$  es  $2 + 1\frac{1}{5} = 3\frac{1}{5}$ .

Cuando **sumas fracciones que tienen denominadores diferentes** necesitas cambiar las fracciones para que tengan un denominador común antes que puedas sumarlas.

Halla el **mínimo común múltiplo (mcm)**:

El mcm de las fracciones es el mismo que el mínimo común múltiplo de los denominadores. A veces, el mcm será el producto de los denominadores.

Ejemplo: Halla la suma de  $\frac{3}{8}$  y  $\frac{1}{12}$ .

$$\begin{array}{r} \frac{3}{8} = \frac{9}{24} \\ + \frac{1}{12} = \frac{2}{24} \\ \hline \frac{11}{24} \end{array}$$

1. Primero, halla el mcm de 8 y 12.
2. El mcm de 8 y 12 es 24. Este también es el mcm de estas 2 fracciones.
3. Halla una fracción equivalente para cada una que tenga un denominador de 24.
4. Cuando tengan un denominador común, puedes sumar las fracciones.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8, 12} \\ \underline{2 \cdot 4, 6} \\ 2 \overline{) 2, 3} \\ \underline{2 \cdot 1, 3} \\ 3 \overline{) 1, 3} \\ \underline{3 \cdot 1, 1} \\ 1, 1 \end{array} \quad 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

El mcm es 24.

Ejemplo: Suma  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{5}$ .

$$\begin{array}{r} \frac{1}{4} = \frac{5}{20} \\ + \frac{1}{5} = \frac{4}{20} \\ \hline \frac{9}{20} \end{array}$$

$$4 \times 5 = 20 \quad \text{El mcm es 20.}$$

Cuando **sumas números mixtos con denominadores distintos** sigue un proceso similar al que usaste con las fracciones anteriores. Asegúrate de escribir tu respuesta en la mínima expresión.

Ejemplo: Halla la suma de  $6\frac{3}{7}$  y  $5\frac{2}{3}$ .

$$\begin{array}{r} 6\frac{3}{7} = 6\frac{9}{21} \\ + 5\frac{2}{3} = 5\frac{14}{21} \\ \hline 11\frac{23}{21} \end{array} \quad \frac{23}{21} = 1\frac{2}{21} + 11 = 12\frac{2}{21}$$

(impropia)

1. Halla el mcm.
2. Halla los numeradores que faltan.
3. Suma los números enteros y luego suma las fracciones.
4. Asegúrate que tu respuesta está en su mínima expresión.

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

Cuando **restas números con distintos denominadores**, sigue un proceso similar al que usaste para sumar fracciones. Asegúrate de escribir tu respuesta en la mínima expresión.

Ejemplos: Halla la diferencia de  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{2}{5}$ .

$$\begin{array}{r} \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \\ - \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \\ \hline \frac{7}{20} \end{array}$$

1. Halla el mcm como hiciste cuando sumaste las fracciones.
2. Halla los numeradores que faltan.
3. Resta los numeradores y quédate con el denominador común.
4. Asegúrate que tu respuesta está en la mínima expresión.

Resta  $\frac{1}{16}$  de  $\frac{3}{8}$ .

$$\begin{array}{r} \frac{3}{8} = \frac{6}{16} \\ - \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \\ \hline \frac{5}{16} \end{array}$$

Cuando **restas números mixtos con distintos denominadores** sigue un proceso similar al que usaste cuando sumaste números mixtos. Asegúrate de escribir tu respuesta en la mínima expresión.

Ejemplo: Resta  $4\frac{2}{5}$  de  $8\frac{9}{10}$ .

1. Halla el mcm.
2. Halla los numeradores que faltan.
3. Resta y simplifica tu respuesta.

$$\begin{array}{r} 8\frac{9}{10} = 8\frac{9}{10} \\ - 4\frac{2}{5} = 4\frac{4}{10} \\ \hline 4\frac{5}{10} = 4\frac{1}{2} \end{array}$$

A veces, cuando restas números mixtos, tal vez necesites reagrupar. Si el numerador en la fracción superior es más pequeño que el numerador en la fracción inferior, debes tomar prestado del número entero.

Ejemplo: Resta  $5\frac{5}{6}$  de  $9\frac{1}{4}$ .

1. Halla el mcm.
2. Halla los numeradores que faltan.
3. Dado que no puedes restar 10 de 3, necesitas tomar prestado del número entero.
4. Cambia el número entero a un número mixto usando el denominador común.
5. Suma las 2 fracciones para obtener una fracción impropia.
6. Resta el número entero y las fracciones y simplifica tu respuesta.

$$\begin{array}{r} 9\frac{1}{4} = 9\frac{3}{12} = 8\frac{12}{12} + \frac{3}{12} = 8\frac{15}{12} \\ - 5\frac{5}{6} = 5\frac{10}{12} \\ \hline 3\frac{5}{12} \end{array}$$

Más ejemplos:

$$\begin{array}{r} 8\frac{1}{2} = 8\frac{2}{4} = 7\frac{4}{4} + \frac{2}{4} = 7\frac{6}{4} \\ - 4\frac{3}{4} = 4\frac{3}{4} \\ \hline 3\frac{3}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10\frac{1}{5} = 10\frac{4}{20} = 9\frac{20}{20} + \frac{4}{20} = 9\frac{24}{20} \\ - 6\frac{3}{4} = 6\frac{15}{20} \\ \hline 3\frac{9}{20} \end{array}$$



## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

Para **multiplicar fracciones**, simplemente multiplica los numeradores para obtener el numerador del producto. Luego, multiplica los denominadores para obtener del denominador del producto. Asegúrate que tu respuesta esté en su mínima expresión.

Ejemplos: Multiplica  $\frac{3}{5}$  por  $\frac{2}{3}$ .

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

1. Multiplica los numeradores.
2. Multiplica los denominadores.
3. Simplifica tu respuesta.

Multiplica  $\frac{5}{8}$  por  $\frac{4}{5}$ .

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

A veces, puedes usar la cancelación cuando multiplicas fracciones. Veamos otra vez los siguientes ejemplos.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{5} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{2}{5}$$

El 3 tiene un factor común —  
3. Divide ambos entre 3. Dado que  $3 \div 3 = 1$ , tachamos los 3 y escribimos 1 en su lugar.

Ahora, multiplica las fracciones. En el numerador  $1 \times 2 = 2$ . En el denominador  $5 \times 1 = 5$ .

La respuesta es  $\frac{2}{5}$ .

1. ¿Hay números en el numerador y el denominador que tengan factores comunes?
2. Si los hay, elimina los números, divide ambos entre ese factor y escribe el cociente.
3. Luego, multiplica, las fracciones como se describe anteriormente usando los cocientes en vez de los números originales.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{1}{2}$$

Como en el otro ejemplo, los 5 pueden ser cancelados. Pero allí, el 4 y el 8 también tienen un factor común — 4.  $8 \div 4 = 2$  y  $4 \div 4 = 1$ . Después de cancelar ambos, puedes multiplicar las fracciones.

RECUERDA: ¡Puedes cancelar arriba y abajo o diagonalmente, pero NUNCA hacia los lados!

Al **multiplicar números mixtos** primero debes cambiarlos a fracciones impropias.

Ejemplos: Multiplica  $2\frac{1}{4}$  por  $3\frac{1}{9}$ .

$$2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{9} =$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{7}{\cancel{28}}}{\underset{1}{\cancel{9}}} = \frac{7}{1} = 7$$

1. Cambia cada número mixto en una fracción impropia.
2. Cancela donde puedas.
3. Multiplica las fracciones.
4. Escribe tu respuesta en la mínima expresión.

Multiplica  $3\frac{1}{8}$  por 4.

$$3\frac{1}{8} \times 4 =$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{1} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$$

Para **dividir fracciones** debes tomar el recíproco de la 2<sup>da</sup> fracción y luego multiplicarlo por el recíproco de la 1<sup>ra</sup> fracción. ¡No olvides escribir tu respuesta en la mínima expresión!

Ejemplos: Divide  $\frac{1}{2}$  entre  $\frac{7}{12}$ .

$$\frac{1}{2} \div \frac{7}{12} =$$

$$\frac{1}{\underset{2}{\cancel{2}}} \times \frac{\overset{6}{\cancel{12}}}{7} = \frac{6}{7}$$

1. Deja la 1<sup>ra</sup> fracción como está.
2. Escribe el recíproco de la 2<sup>da</sup> fracción.
3. Cambia el signo por el de multiplicación.
4. Cancela si puedes y multiplica.
5. Simplifica tu respuesta.

Divide  $\frac{7}{8}$  entre  $\frac{3}{4}$ .

$$\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} =$$

$$\frac{7}{\underset{2}{\cancel{8}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{3} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Fracciones (continuación)

Al **dividir números mixtos** primero debes cambiarlos a fracciones impropias.

Ejemplos: Divide  $1\frac{1}{4}$  entre  $3\frac{1}{2}$ .

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{4} \div 3\frac{1}{2} &= \\ \frac{5}{4} \div \frac{7}{2} &= \\ \frac{5}{\cancel{4}^2} \times \frac{\cancel{2}^1}{7} &= \frac{5}{14} \end{aligned}$$

1. Cambia cada número mixto en una fracción impropia.
2. Deja la 1<sup>a</sup> fracción como está.
3. Escribe el recíproco de la 2<sup>da</sup> fracción.
4. Cambia el signo de multiplicación.
5. Cancela si puedes y multiplica.
6. Simplifica tu respuesta.

## Decimales

Al **comparar decimales** miramos a dos números decimales o más y decidimos cuál tiene el valor más grande o más pequeño. A veces comparamos al ponerlos en orden de menor a mayor o de mayor a menor. Otra forma de compararlo es usar los símbolos de "menor que" (<), "mayor que" (>) o "igual a" (=).

Ejemplo: Ordena estos números de menor a mayor: 0.561 0.506 0.165

1. Escribe los números en una columna alineando los números decimales.
2. Escribe ceros si es necesario, para que todos tengan el mismo número de dígitos.
3. Empieza en la izquierda y compara los dígitos.

Entonces, en orden de menor a mayor:

0.165, 0.506, 0.561

0.561

0.506

0.165

Dado que todos tienen 3 dígitos no necesitamos ceros.

Empezando en la izquierda, los cincos son iguales pero el 1 es menos, entonces 0.165 es el más pequeño.

Ahora, mira el próximo dígito. El cero es menos que el seis, 0.506 es el próximo más pequeño.

Ejemplo: Coloca estos números en orden de mayor a menor. 0.44 0.463 0.045

0.440

0.463

0.045

Después de alinear los números, debemos añadir un cero a 0.44 para que todos tengan el mismo número de dígitos.

Empezando en la izquierda, el cero es menor que los cuatro, entonces 0.045 es el más pequeño.

Mira el próximo dígito. El cuatro es menor que el seis, entonces 0.440 es el próximo más pequeño.

En orden de mayor a menor: 0.463, 0.440, 0.045

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Decimales (continuación)

Al **redondear decimales** los aproximamos. Esto significa que estimamos el decimal en un valor posicional específico y decidimos si está más cerca del número mayor (redondeamos hacia arriba) o hacia el número menor más cercano (se queda igual). Puede servir de ayuda si miras la tabla de valor posicional en la página p. 286.

Ejemplo: Redondea 0.574 en las décimas.

Hay un 5 en el lugar de redondeo (décimas).

0.574

Dado que 7 es mayor que 5, cambia el 5 por el 6.

0.674

Quita los dígitos a la derecha de las centenas.

0.6

1. Identifica el número en el valor de redondeo.
2. Mira el dígito a su derecha.
3. Si el dígito es 5 o mayor, aumenta en 1 el número en el lugar de redondeo. Si el dígito es menor de 5, quédate con el mismo número en el lugar de redondeo.
4. Quita los dígitos a la derecha del lugar de redondeo.

Ejemplo: Redondea 2.783 a la centésima más cercana.

2.783

Hay un 8 en el lugar de redondeo.

2.783

Dado que 3 es menor que 5, deja igual el número en el lugar de redondeo.

2.78

Quita los dígitos a la derecha del lugar de las centésimas.

**Sumar y restar decimales** es muy parecido a sumar o restar números enteros. La diferencia principal es que tienes que alinear los puntos decimales de los números antes de empezar.

Ejemplos: Halla la suma de 3.14 y 1.2.

$$\begin{array}{r} 3.14 \\ + 1.20 \\ \hline 4.34 \end{array}$$

1. Alinea los puntos decimales. Añade ceros como sea necesario.
2. Suma (o resta) los decimales.
3. Suma (o resta) los números enteros.
4. Baja el punto decimal.

Suma 55.1, 6.472 y 18.33.

$$\begin{array}{r} 55.100 \\ 6.472 \\ +18.330 \\ \hline 79.902 \end{array}$$

Ejemplos: Resta 3.7 de 9.3.

$$\begin{array}{r} 9.3 \\ - 3.7 \\ \hline 5.6 \end{array}$$

Halla la diferencia entre 4.1 y 2.88.

$$\begin{array}{r} 4.10 \\ - 2.88 \\ \hline 1.22 \end{array}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Decimales (continuación)

Al **multiplicar un decimal por un número entero** el proceso es parecido al de multiplicar números enteros.

Ejemplos: Multiplica 3.42 por 4.

$$\begin{array}{r} 3.42 \rightarrow 2 \text{ lugares decimales} \\ \times 4 \rightarrow 0 \text{ lugares decimales} \\ \hline 13.68 \rightarrow \text{Coloca el lugar} \\ \text{decimal para que} \\ \text{haya 2 lugares} \\ \text{decimales.} \end{array}$$

1. Alinea los números en la derecha.
2. Multiplica. Ignora el punto decimal.
3. Coloca el punto decimal en el producto. (El número total de lugares decimales en el producto deben ser iguales al número total de lugares decimales en los factores).

Halla el producto de 2.3 y 2.

$$\begin{array}{r} 2.3 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \times 2 \rightarrow 0 \text{ lugares decimales} \\ \hline 4.6 \rightarrow \text{Coloca el lugar} \\ \text{decimal para que} \\ \text{haya 1 lugar decimal.} \end{array}$$

El proceso para **multiplicar dos lugares decimales** es muy parecido a lo que hicimos anteriormente.

Ejemplos: Multiplica 0.4 por 0.6.

$$\begin{array}{r} 0.4 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \times 0.6 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \hline 0.24 \rightarrow \text{Coloca el lugar decimal} \\ \text{para que haya 2 lugares} \\ \text{decimales.} \end{array}$$

Halla el producto de 2.67 y 0.3.

$$\begin{array}{r} 2.67 \rightarrow 2 \text{ lugares decimales} \\ \times 0.3 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \hline 0.801 \rightarrow \text{Coloca el lugar decimal} \\ \text{para que haya 3 lugares} \\ \text{decimales.} \end{array}$$

A veces es necesario **añadir ceros en el producto** como marcadores de posición para tener el número correcto de lugares decimales.

Ejemplo: Multiplica 0.03 by 0.4.

$$\begin{array}{r} 0.03 \rightarrow 2 \text{ lugares decimales} \\ \times 0.4 \rightarrow 1 \text{ lugar decimal} \\ \hline 0.012 \rightarrow \text{Coloca el lugar decimal para} \\ \text{que haya 3 lugares decimales.} \end{array}$$

Necesitamos añadir un cero en frente del 12 para que podamos tener 3 lugares decimales en el producto.

El proceso de **dividir un número decimal entre un número entero** es parecido al de dividir números enteros.

Ejemplos: Divide 6.4 entre 8.

$$\begin{array}{r} 0.8 \\ 8 \overline{)6.4} \\ \underline{-64} \\ 0 \end{array}$$

1. Prepara el problema para la división larga.
2. Coloca el lugar decimal en el cociente directamente encima del punto decimal en el dividendo.
3. Divide. Añade ceros como marcadores de posición si es necesario. (Mira los ejemplos a continuación.)

Halla el cociente de 20.7 y 3.

$$\begin{array}{r} 6.9 \\ 3 \overline{)20.7} \\ \underline{-18} \\ 27 \\ \underline{-27} \\ 0 \end{array}$$

Ejemplos: Divide 4.5 entre 6.

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 6 \overline{)4.50} \\ \underline{-42} \downarrow \\ 30 \\ \underline{-30} \\ 0 \end{array}$$

Añade cero(s).  
Baja el cero.  
Sigue dividiendo.

Halla el cociente de 3.5 y 4.

$$\begin{array}{r} 0.875 \\ 4 \overline{)3.500} \\ \underline{-32} \downarrow \downarrow \\ 30 \downarrow \\ \underline{-28} \downarrow \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Decimales (continuación)

Al dividir decimales no siempre el residuo es cero. A veces, la división sigue y sigue y el residuo empieza a repetirse. Cuando esto ocurre, al cociente se le llama **decimal periódico**.

Ejemplos: Divide 2 entre 3.

$$\begin{array}{r} 0.\overline{66} \\ 3 \overline{) 2.000} \\ - 18 \downarrow \\ \hline 20 \downarrow \\ - 18 \downarrow \\ \hline 20 \end{array}$$

Suma ceros como sea necesario

Este patrón (con el mismo residuo) empieza a repetirse.

Para escribir la respuesta final, escribe una barra sobre el cociente en los números que se repiten.

Divide 10 entre 11.

$$\begin{array}{r} 0.90\overline{90} \\ 11 \overline{) 10.00000} \\ - 99 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ \hline 100 \downarrow \\ - 99 \downarrow \downarrow \\ \hline 100 \end{array}$$

El proceso de **dividir con un número decimal entre un número decimal** es similar a otras divisiones largas que has hecho. La diferencia principal es que tenemos que mover el punto decimal el mismo número de lugares a la derecha en el divisor y en el dividendo.

Ejemplo: Divide: 1.8 entre 0.3.

$$\begin{array}{r} 6. \\ 0.3 \overline{) 1.8} \\ - 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

1. Cambia el divisor a un número entero al mover el punto decimal tantos lugares a la derecha como sea necesario.
2. Mueve el punto decimal en el dividendo el mismo número de lugares a la derecha como hiciste en el divisor.
3. Escribe el punto decimal en el cociente, directamente sobre el punto decimal del dividendo.
4. Divide.

Divide 0.385 entre 0.05.

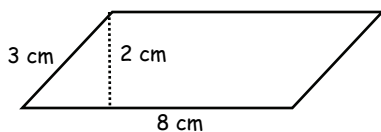
$$\begin{array}{r} 7.7 \\ 0.05 \overline{) 0.385} \\ - 35 \downarrow \\ \hline 35 \\ - 35 \\ \hline 0 \end{array}$$

## Geometría

Hallar el **área de un paralelogramo** es similar a hallar el área de cualquier otro cuadrilátero. El área de la figura es igual al largo de su base multiplicado por la altura de la figura.

$$\text{Área del paralelogramo} = \text{base} \times \text{altura (h)} \quad \text{ó} \quad A = b \times h$$

Ejemplo: Halla el área del paralelogramo a continuación.



$$\text{Entonces, } A = 8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2.$$

1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2cm. La altura (h) siempre es recta, nunca curva.)
3. Multiplica para hallar el área. (16 cm<sup>2</sup>)

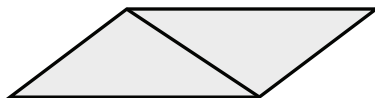
## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Geometría (continuación)

Para hallar el **área de un triángulo**, primero identifica cualquier triángulo que sea exactamente la mitad de un paralelogramo.

La figura completa es un paralelogramo.

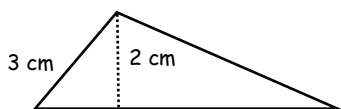


La mitad de toda la figura es un triángulo.

Entonces, el área del triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura.

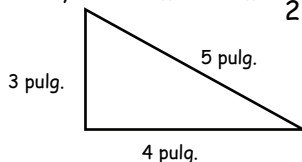
$$\text{Área del triángulo} = \frac{1}{2}(\text{base} \times \text{altura (h)}) \quad \text{ó} \quad A = \frac{1}{2}bh \quad \text{ó} \quad A = \frac{bh}{2}$$

Ejemplos: Halla el área de los triángulos a continuación.



Entonces,  $A = 8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times \frac{1}{2} = 8 \text{ cm}^2$ .

1. Halla el largo de la base. (8 cm)
2. Halla la altura (h). (Es 2cm. La altura siempre es recta y nunca curva.)
3. Multiplícalos y divide entre 2 para hallar el área. (8 cm<sup>2</sup>)



Entonces,  $A = 4 \text{ pulg.} \times 3 \text{ pulg.} \times \frac{1}{2} = 6 \text{ pulg.}^2$ .

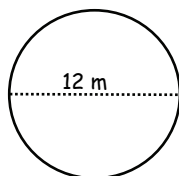
La base de este triángulo es 4 pulgadas de largo. Su altura es 3 pulgadas. (¡Recuerda la altura (h) siempre es recta y nunca curva!)

La **circunferencia de un círculo** es la distancia alrededor del exterior del círculo. Antes de que puedas hallar la circunferencia de un círculo, debes saber su radio o su diámetro. También, debes saber el valor de la constante  $\pi$  ( $\pi$ ).  $\pi = 3.14$  (redondeada a la centésima más cercana).

Una vez tengas esta información, la circunferencia puede hallarse al multiplicar el diámetro por  $\pi$ .

$$\text{Circunferencia} = \pi \times \text{diámetro} \quad \text{ó} \quad C = \pi d$$

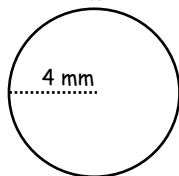
Ejemplos: Halla la circunferencia de los círculos a continuación.



Entonces,  $C = 12 \text{ m} \times 3.14 = 37.68 \text{ m}$ .

1. Halla el largo del diámetro. (12 m)
2. Multiplica el diámetro por  $\pi$ . (12m  $\times$  3.14)
3. El producto es la circunferencia. (37.68 m)

A veces, el radio de un círculo es dado, en vez del diámetro. Recuerda, el radio de cualquier círculo es exactamente la mitad del diámetro. Si un círculo tiene un radio de 3 pies, el diámetro es de 6 pies.



Entonces,  $C = 8 \text{ mm} \times 3.14 = 25.12 \text{ mm}$ .

- Dado que el radio es 4 mm, el diámetro debe ser 8 mm.  
 Multiplica el diámetro por  $\pi$ . (8 mm  $\times$  3.14)  
 El producto es la circunferencia. (25.12 mm)

## Páginas de Ayuda

## Ejemplos Resueltos

## Razón y proporción

La **razón** se utiliza para comparar dos números. Hay tres formas de escribir una razón para comparar 5 y 7:

1. Forma verbal  $\Rightarrow$  5 a 7
2. En forma de fracción  $\Rightarrow \frac{5}{7}$
3. En forma de razón  $\Rightarrow$  5 : 7

Debes asegurarte que todas las razones están escritas en su mínima expresión. (¡Como en las fracciones!)

La **proporción** es un enunciado que muestra que dos razones son iguales una a la otra. Hay dos formas de resolver una proporción cuando falta un número.

1. Ya es familiar para ti una forma de resolver una proporción. Puedes usar el método de fracciones equivalentes.

$$\begin{array}{c} \times 8 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{5}{8} = \frac{n}{64} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \times 8 \end{array}$$

$$n = 40.$$

$$\text{Entonces, } \frac{5}{8} = \frac{40}{64}.$$

2. Otra forma de resolverlo es usar productos cruzados.

Para usar productos cruzados:

1. Multiplica hacia abajo con cada diagonal.
2. Haz que el producto de cada diagonal sea igual el uno con el otro.
3. Resuelve para la variable que falta.

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \frac{14}{20} = \frac{21}{n} \\ \swarrow \quad \searrow \end{array}$$

$$20 \times 21 = 14 \times n$$

$$420 = 14n$$

$$\frac{420}{14} = \frac{14n}{14}$$

$$30 = n$$

$$\text{Entonces, } \frac{14}{20} = \frac{21}{30}.$$

## "¿Quién sabe?"

- ¿Grados en un ángulo recto? ..... (90°)  
 ¿Un ángulo llano? ..... (180°)  
 ¿Un ángulo mayor que 90°? ..... (obtuso)  
 ¿Menos de 90°? ..... (agudo)  
 ¿Lados en un cuadrilátero? ..... (4)  
 ¿Lados en un octágono? ..... (8)  
 ¿Lados en un hexágono? ..... (6)  
 ¿Lados en un pentágono? ..... (5)  
 ¿Lados en un heptágono? ..... (7)  
 ¿Lados en un nonágono? ..... (9)  
 ¿Lados en un decágono? ..... (10)  
 ¿Pulgadas en una yarda? ..... (36)  
 ¿Yardas en una milla? ..... (1,760)  
 ¿Pies en una milla? ..... (5,280)  
 ¿Centímetros en un metro? ..... (100)  
 ¿Cucharaditas en una cuchara? ..... (3)  
 ¿Onzas en una libra? ..... (16)  
 ¿Libras en una tonelada? ..... (2,000)  
 ¿Tazas en una pinta? ..... (2)  
 ¿Pintas en un cuarto de galón? ..... (2)  
 ¿Cuartos en un galón? ..... (4)  
 ¿Milímetros en un metro? ..... (1,000)  
 ¿Años en un siglo? ..... (100)  
 ¿Años en una década? ..... (10)  
 ¿Punto de congelación en Celsius? ..... (0°C)  
 ¿Punto de ebullición en Celsius? ..... (100°C)  
 ¿Punto de congelación en Fahrenheit?  
 (32°F)  
 ¿Punto de ebullición en Fahrenheit? .....  
 (212°F)
- ¿Número con 2 factores solamente?  
 ..... (primo)  
 ¿Perímetro ..... (suma los lados)  
 ¿Área? ..... (largo x ancho)  
 ¿Volumen? ..... (largo x ancho x alto)  
 ¿Área de un paralelogramo? ..... (base x alto)  
 ¿Área de un triángulo? ..... ( $\frac{1}{2}$  base x alto)  
 ¿Área de un trapecioide? .....  
 ..... ( $\frac{\text{base}_1 + \text{base}_2}{2}$  x alto)  
 ¿Área de un círculo? ..... ( $\pi r^2$ )  
 ¿Circunferencia de un círculo? ..... ( $d\pi$ )  
 ¿Triángulo con lados que no son iguales? .....  
 (escaleno)  
 ¿Triángulo con 3 lados iguales? ..... (equilátero)  
 ¿Triángulo con 2 lados iguales? ..... (isósceles)  
 ¿Distancia a través del medio de un círculo? (diámetro)  
 ¿La mitad del diámetro? ..... (radio)  
 ¿Figures con la misma forma y tamaño? (congruente)  
 ¿Figuras con la misma forma, pero diferentes tamaños?  
 ..... (similar)  
 ¿Número que aparece más veces? ..... (modo)  
 ¿Número en el centro? ..... (mediana)  
 ¿La respuesta de adición? ..... (suma)  
 ¿La respuesta en división? ..... (cociente)  
 ¿La respuesta en la resta? ..... (diferencia)  
 ¿La respuesta en multiplicación? ..... (producto)